Discrete Mathematics in Computer Science

M. Helmert, G. Röger
S. Eriksson
Herbstsemester 2021

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 11

Abgabe: Donnerstag, 9. Dezember 2021

Aufgabe 11.1 (1 Punkt)

Ergänzen Sie alle fehlenden Klammern der Formel $\varphi = A \vee B \wedge C \leftrightarrow \neg D \wedge E$. Sie müssen die abkürzenden $\rightarrow$ and $\leftrightarrow$ nicht expandieren.

Aufgabe 11.2 (2 Punkte)

Transformieren Sie $\chi = (\neg C \leftrightarrow (A \vee \neg B))$ nach KNF indem Sie den Algorithmus aus Folie 16 (handout Version) von Kaptiel E3 anwenden. Sie müssen die Formel mindestens nach jedem Schritt des Algorithmus angeben, wir empfehlen allerdings eine noch feinkörnigere Lösung, da kleinere Schritte erfahrungsgemäss die Anzahl Fehler reduzieren.
Sie dürfen Klammern für Konjunktionen von Konjunktionen und Disjunktionen von Disjunktionen abkürzen; Sie können also zum Beispiel $(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3)$ *schreiben.*

Aufgabe 11.3 (2 Punkte)

Beweisen Sie den Kontrapositionssatz. Zeigen Sie also, dass für beliebige Formelmengen WB und Formeln φ und ψ

$$\mathrm{WB} \cup \{\varphi\} \models \neg\psi \text{ gdw. } \mathrm{WB} \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$$

gilt.

Aufgabe 11.4 (2 Punkte)

Im Archiv "proofchecker.zip" finden Sie ein Javaprogramm zum Überprüfen aussagenlogischer Beweise. Verwenden Sie das Programm, um die folgenden Aussagen zu beweisen. Für eine Aussage der Form WB $\models \varphi$, schreiben Sie dazu eine Ableitung in eine Textdatei, die nur Formeln aus WB als Voraussetzungen verwendet und deren letzte Zeile φ ist. Ein Beispiel dafür finden Sie in der Datei `proof.txt`. In der Datei `src/logic/proofs/rules/Calculus.java` finden Sie eine Übersicht aller Regeln, die das Programm kennt.
Das Programm überprüft, dass WB $\vdash \varphi$ gilt. Da der im Program verwendete Kalkül korrekt ist, folgt daraus auch WB $\models \varphi$.
Hinweis zur Abgabe: Geben Sie bitte pro Teilaufgabe eine Textdatei ab, welche die Ableitung enthält. Die Datei muss vom Programm lesbar sein und als korrekte Ableitung der Aussage erkannt werden.

(a) $\{(A \leftrightarrow (B \vee \neg C)), \neg(C \vee D)\} \models A$

(b) $\{(\neg C \vee A), (\neg A \wedge B)\} \models (B \wedge \neg C)$

Aufgabe 11.5 (3 Punkte)

Betrachten Sie die Wissensbasis

$$\mathrm{WB} = \{(D \rightarrow (A \leftrightarrow C)), ((\neg A \wedge B) \vee (D \wedge \neg A)), ((\neg A \wedge \neg C) \rightarrow \neg D)\}$$

Verwenden sie den Resolutionskalkül, um zu zeigen, dass WB $\models B$ gilt.
Anmerkung: Ein Resolutionsbeweis besteht aus drei Schritten (siehe Beispiel auf den Vorlesungsfolien). Verwenden Sie insbesondere für die Ableitung im dritten Schritt die Notation aus den Folien, also eine Zeile pro hergeleiteter Klausel zusammen mit einer Begründung der Ableitung.

Ein vollständiger Beweis muss das Argument wieso WB $\models B$ folgt beinhalten. Es genügt nicht, nur Formeln aufzuschreiben oder einen Baum von Formeln zu zeichnen. Wenn Sie Äquivalenzen verwenden, dürfen Sie Kommutativität, Doppelnegation und Assoziativität implizit verwenden.

Regeln zur Abgabe:
Als Abgabe ist nur eine einzelne Archivdatei zugelassen, bestehend aus einer einzelnen PDF-Datei (endend auf .pdf), welche mit LaTeX generiert wurde, und zwei Textfiles für Übung 11.4 (a) und (b). Falls sie Übung 11.4 nicht bearbeiten, können sie auch direkt das PDF alleine hochladen.
Die Namen aller Gruppenmitglieder müssen oben auf der ersten Seite des PDFs stehen. Die Seiten müssen entweder nummeriert sein, oder die Namen der Gruppenmitglieder müssen auf jeder Seite stehen. Die PDF-Datei muss im A4-Format sein (der Inhalt muss auf einen A4-Ausdruck passen).