Discrete Mathematics in Computer Science

M. Helmert, G. Röger
S. Eriksson
Herbstsemester 2021

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 6

Abgabe: Donnerstag, 4. November 2021

Aufgabe 6.1 (2 Punkte)

Wieso sind die folgenden Tupel keine Gruppen?

(a) $(\mathbb{Z}, -)$

(b) $(\{0, 1\}, \max)$

Aufgabe 6.2 (2 Punkte)

Sei $G = (S, \cdot)$ eine Gruppe. Zeigen Sie, dass für jedes $x \in S$ das inverse Element von x eindeutig ist, d.h. es gibt keine y und y' mit $y \neq y'$, $x \cdot y = e$ und $x \cdot y' = e$.

Aufgabe 6.3 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass $S = \{\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2 & 3 & 1\end{pmatrix}\}$ eine generierende Menge von S_3 ist, indem Sie zeigen wie jede Permutation durch eine Kombination von S dargestellt werden kann.
Hinweis: S_3 ist die symmetrische Gruppe von $\{1, 2, 3\}$.

Aufgabe 6.4 (1 Punkt)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Für $c \neq 0$ gilt, dass falls $ac \mid bc$ gilt, dann gilt auch $a \mid b$.

Aufgabe 6.5 (3 Punkte)

Benutzen Sie die Operationen aus Slide 19 von Kapitel B11 (Handout Version) oder den Satz von Fermat, um für jede der folgenden Äquivalenzen das *kleinste* $x \in \mathbb{N}_0$ zu berechnen welches die Äquivalenz erfüllt. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $(3a)^3 - 2 \equiv x \pmod 6$ mit $a \equiv 1 \pmod 6$

(b) $a \equiv x \pmod 5$ mit $\sqrt{a} - 3 \equiv 1 \pmod 5$

(c) $5^{602} \equiv x \pmod 7$

Berechnen Sie 5^{602} nicht explizit!

Regeln zur Abgabe:

Als Abgabe ist nur eine einzelne PDF Datei (endend auf .pdf) welche mit LaTeX generiert wurde zugelassen. Die Namen aller Gruppenmitglieder müssen oben auf der ersten Seite stehen. Die Seiten müssen entweder nummeriert sein oder die Namen der Gruppenmitglieder müssen auf jeder Seite stehen. Die PDF muss im A4 Format sein (der Inhalt muss auf einen A4 Ausdruck passen).