

Discrete Mathematics in Computer Science

M. Helmert, G. Röger
S. Eriksson
Herbstsemester 2021

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Donnerstag, 21. Oktober 2021

Die Beweise auf diesem Übungsblatt sind nicht schwierig, aber achten Sie darauf, dass Sie die richtigen Eigenschaften beweisen. Wir empfehlen Ihnen, die Definitionen aus der Vorlesung nochmals genau durchzulesen, bevor Sie Ihren Beweis aufschreiben.

Aufgabe 4.1 (1 Punkt)

Betrachten Sie die Partition

$$P = \{\{1, 4\}, \{2\}, \{3, 5, 6\}\}$$

über $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Geben Sie die von P induzierte Äquivalenzrelation R_P an.

Aufgabe 4.2 (2 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Für eine beliebige Partition P der Menge S gilt, dass jedes $x \in S$ ein Element von *genau einem* $X \in P$ ist.

Aufgabe 4.3 (2 Punkte)

Geben Sie eine Relation über \mathbb{N}_0 an welche die geforderten Eigenschaften hat, oder erklären Sie wieso eine solche Relation nicht existieren kann.

- (a) Eine partielle Ordnung in der jedes Element sowohl minimal als auch maximal ist.
- (b) Eine stenge Ordnung mit einem kleinsten Element aber keinem minimalen Element.

Aufgabe 4.4 (2 Punkte)

Sei R eine totale Ordnung über einer endlichen Menge S , und sei $S' = S \cup \{a\}$ für ein $a \notin S$. Zeigen Sie, dass

$$R' = R \cup R_a \text{ mit } R_a = \{(a, i) \mid i \in S'\}$$

eine totale Ordnung über S' ist.

Hinweis: Sie müssen vier Eigenschaften beweisen.

Aufgabe 4.5 (3 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Relationen über \mathbb{N}_0 :

$$R_1 = \{(x, 2x) \mid x \in \mathbb{N}_0\}$$

$$R_2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{N}_0, y \in \mathbb{N}_0, x + y \text{ ist ungerade}\}$$

Beschreiben Sie jede der unten angegebenen Relationen als eine Menge mit der set-builder Notation.

- (a) $R_2 \circ R_1$
- (b) R_1^+
- (c) $R_1 \cap \overline{R_2}$

Regeln zur Abgabe:

Als Abgabe ist nur eine einzelne PDF Datei (endend auf .pdf) welche mit L^AT_EX generiert wurde zugelassen. Die Namen aller Gruppenmitglieder müssen oben auf der ersten Seite stehen. Die Seiten müssen entweder nummeriert sein oder die Namen der Gruppenmitglieder müssen auf jeder Seite stehen. Die PDF muss im A4 Format sein (der Inhalt muss auf einen A4 Ausdruck passen).