

# Discrete Mathematics in Computer Science

M. Helmert, G. Röger  
S. Eriksson  
Herbstsemester 2021

Universität Basel  
Fachbereich Informatik

## Übungsblatt 3

Abgabe: Donnerstag, 14. Oktober 2021

### Aufgabe 3.1 (2 Punkte)

Beweisen Sie, dass  $\mathbb{Z}$  abzählbar unendlich ist, indem Sie eine Bijektion von  $\mathbb{Z}$  zu  $\mathbb{N}_0$  angeben. Sie müssen beweisen, dass Ihre Funktion tatsächlich eine Bijektion ist.

### Aufgabe 3.2 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Q}$  abzählbar ist. Sie dürfen verwenden, dass  $\mathbb{Q}_+$  abzählbar ist.

*Hinweis: Verwenden Sie die Abzählbarkeit von  $\mathbb{Q}_+$  um die Abzählbarkeit von  $\mathbb{Q}_- = \{q \mid q \in \mathbb{Q}, q < 0\}$  zu zeigen.*

### Aufgabe 3.3 (2 Punkte)

Sei  $S$  die Menge aller möglichen Ergebnissequenzen von endlich vielen Münzwürfen. Genauer enthält  $S$  für alle  $n \in \mathbb{N}_1$  jede mögliche Sequenz die aus  $n$  Münzwürfen resultiert. Zeigen Sie, dass  $S$  abzählbar ist.

### Aufgabe 3.4 (1 Punkt)

Erklären Sie, wieso die folgenden Aussagen falsch sind.

(a)  $\{0, 1\} \times \{2\} = \{\{0, 2\}, \{1, 2\}\}$

(b)  $|\{0, 1\} \times \emptyset| = 2$

### Aufgabe 3.5 (3 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Relation  $R$  über  $\mathbb{N}_0$ :

$$R = \{(x, y) \mid y = z \cdot x \text{ für ein } z \in \mathbb{N}_0 \text{ mit } z > 1\}$$

Ist  $R$  reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv? Begründen Sie Ihre Antwort für jede Eigenschaft kurz.

*Hinweis: Betrachten Sie die Definition von  $R$  genau, insbesondere die Bedingungen an  $z$ , und überlegen Sie welche Spezialfälle auftreten können.*

### Regeln zur Abgabe:

Als Abgabe ist nur eine einzelne PDF Datei (endend auf .pdf) welche mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X generiert wurde zugelassen. Die Namen aller Gruppenmitglieder müssen oben auf der ersten Seite stehen. Die Seiten müssen entweder nummeriert sein oder die Namen der Gruppenmitglieder müssen auf jeder Seite stehen. Die PDF muss im A4 Format sein (der Inhalt muss auf einen A4 Ausdruck passen).