# Algorithmen und Datenstrukturen

## B2. ADTs , Bags, Stack and Queues

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

29. März 2023











# B2.1 Abstrakte Datentypen





## Abstrakte Datentypen : Definition

**Abstrakter Datentyp**
Die Beschreibung eines Datentyps durch eine Zusammenfassung von Daten und anwendbaren Operationen.

Beispiele:

- Integer mit arithmetischen Operationen
- Komplexe Zahlen mit Operationen add und subtract
- Mengen mit Operationen union, intersection und setminus
- Geordnete Sequenz von von Objekten

## Informatikerin des Tages

Barbara Liskov

- Eine der ersten Frauen in USA mit Doktor in Informatik
- Gewinnering des Turing Awards
- Hat Konzept von „Abstrakt Data Types “eingeführt.

Liskov, Barbara, and Stephen Zilles. Programming with abstract data types. ACM Sigplan Notices. ACM, 1974.





## Abstrakte Datentypen und Klassen

- In OO-Sprachen werden abstrakte Datentypen werden durch Klassen/Interfaces umgesetzt.

```
class List:

  def __init__(self):
      self.head = None

  def addFirst(self, item):
    ...
  def append(self, item):
    ...
```





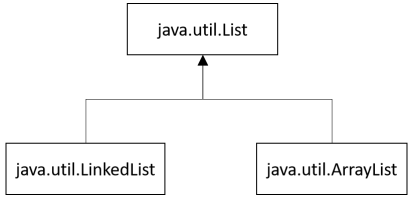
## Vorteile von Abstrakten Datentypen

- Nutzer programmiert gegen Schnittstelle
- Verwendete Datenstruktur (Repräsentation) ist versteckt (gekapselt)
  - Repräsentation kann jederzeit ausgetauscht werden
- Verständnis auf zwei Ebenen
  1. Was macht der Datentyp (Schnittstelle)
  2. Wie wird es gemacht (Interne Datenstruktur)
- Erlaubt komplexe Sachverhalte zu abstrahieren





## Beispiel: Listen in Java




```
interface List<E>:
  E get(int index);
  void add(E element);
  void add(int pos, E element);
  ...
```

**Achtung**
Verschiedene Listen haben dieselbe Schnittstelle, aber Operationen haben nicht dieselbe Komplexität.

## Datentypdesign

Wir werden für jeden Datentyp folgende Punkte besprechen

- Beschreiben der Schnittstelle (API)
- Beispielanwendungen (Client) die die Schnittstelle nutzen
- Implementation





## Quiz: Abstrakte Datentypen

- Ist eine verkettete Liste ein Datentyp oder eine Datenstruktur?
- Ist ein Array nur eine Datenstruktur oder auch Abstrakter Datentyp?
  - Was wären die Operationen auf einem Array, welche den ADT Array Charakterisieren?
  - Welche Datenstruktur würden Sie für die Implementation eines Array Datentyps verwenden?
- Was ist die Gefahr, bei der Verwendung eines abstrakten Datentypen?





# B2.2 Multimengen, Warteschlange und Stapel

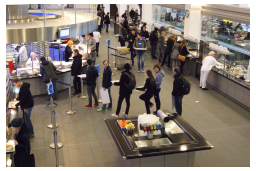




## Ein Besuch in der Mensa

(Teller-)Stapel

Multimenge (von Essen)



Schlange

Stapel, Multimenge und Schlange sind wichtige Datentypen, die wir vom täglichen Leben kennen.

# Multimengen (Bag)

```
class Bag[Item]:
  # Element hinzufuegen
  def add(item : Item) -> Item

  # Ist die Multimenge leer?
  def isEmpty() -> bool

  # Wieviele Elemente sind in der Menge?
  def size() -> int

  # Abstraktion um ueber Elemente zu iterieren
  def iterator() ->  Iterator[Item]
}
```

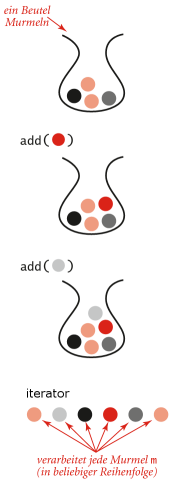
- Anmerkung: Typ Annotation angelehnt an Python Typing Module (PEP 484)





# Multimenge (bag)

- Undefinierte Reihenfolge der Elemente
  - Welches Element man nimmt ist undefiniert.
  - Aber: Jedes Element wird nur einmal entnommen
- Nicht zu verwechseln mit Liste / Array, die die Reihenfolge garantieren.




Quelle: Abbildung 1.30 - Algorithms, Sedgewick & Wayne





# Warteschlange (Queue)

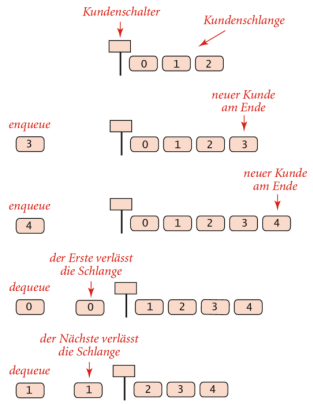
```
class Queue[Item] {

  # Element zu Schlange hinzufuegen
  def enqueue(item : Item)

  # Element von Schlange entfernen
  def dequeue() -> Item

  # Anzahl Elemente in der Schlange
  def size() -> int //

  # Ist die Schlange leer?
  def isEmpty() -> bool

}
```





# Warteschlange (queue)

- Reihenfolge: First in - first out.
  - Elemente werden nur von vorne entnommen
  - Elemente werden nur von hinten hinzugefügt.
- Anwendung: Zwischenspeicher von Elementen, ohne dass die Reihenfolge verändert wird.




Quelle: Abbildung 1.31, Algorithmen, Sedgewick & Wayne

# Stapel (Stack)

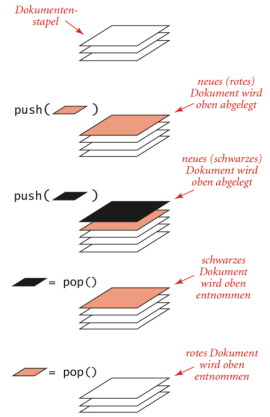
```
class Stack[Item] {

  # Element zu Stapel hinzufuegen
  def push(item : Item)

  # Element von Stapel entfernen
  def pop() -> Item // Element entnehmen

  # Ist Stapel leer?
  def isEmpty() -> Boolean

  # Anzahl Element in Stapel
  def size() -> int

}
```





# Stapel (Stack)

- Reihenfolge: last in - first out (LIFO)
  - Jedes element wird oben den Stapel gelegt.
  - Nur oberstes Element kann entfernt werden.
- Anwendung: Stapeln und Schachtelung von Dingen
  - Verschachtelte Funktionen / arithmetische Ausdrücke
  - E-Mail organisation
  - Browser history (back button)




Quelle: Abbildung 1.32, Algorithmen, Sedgewick & Wayne





# Multimengen, Warteschlangen und Stapel

- Nichts Neues: Nur Listen mit eingeschränkter Funktionalität
- In Python: Alle Operationen definiert im Datentype `List`
  Siehe: `https://docs.python.org/3.1/tutorial/datastructures.html`

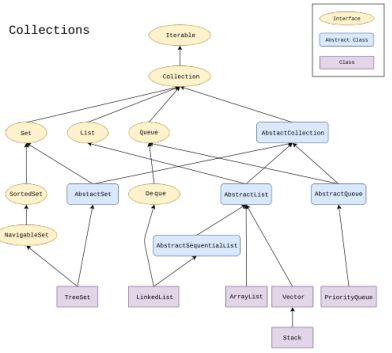
Was sind die Vorteile von spezialisierten Typen?





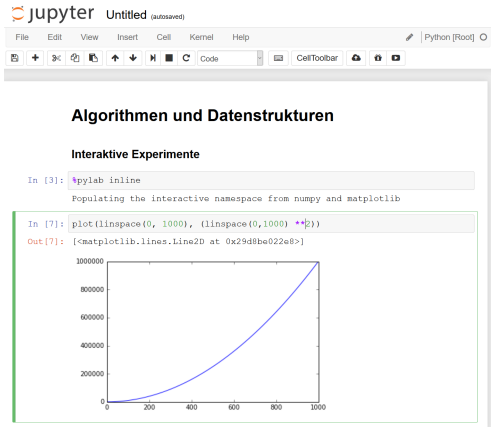
# ADTs in Bibliotheken (Java)

- ADTs sind heute Teil jeder Standardbibliothek




Quelle: By RamImn - Own work, CC BY-SA 4.0, `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=64043967`

## Beispiele und Implementation




Jupyter Notebook: fundamental-adts.ipynb





# B2.3 Anwendung von Stacks



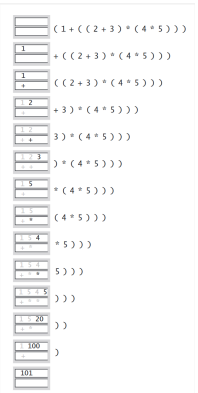


## Auswerten arithmetischer Operationen

Beispiel: $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$

Two-Stack Algorithmus (Dijkstra)

- Wert: push auf Wertestapel
- Operator: push auf Operatorenstapel
- Linke Klammer: Ignorieren
- Rechte Klammer: pop Operator und zwei Werte
  - Operation auf Werte anwenden
  - push Resultat der Operation auf Wertestapel




Quelle: `https://algs4.cs.princeton.edu/lectures/13StacksAndQueues-2x2.pdf`





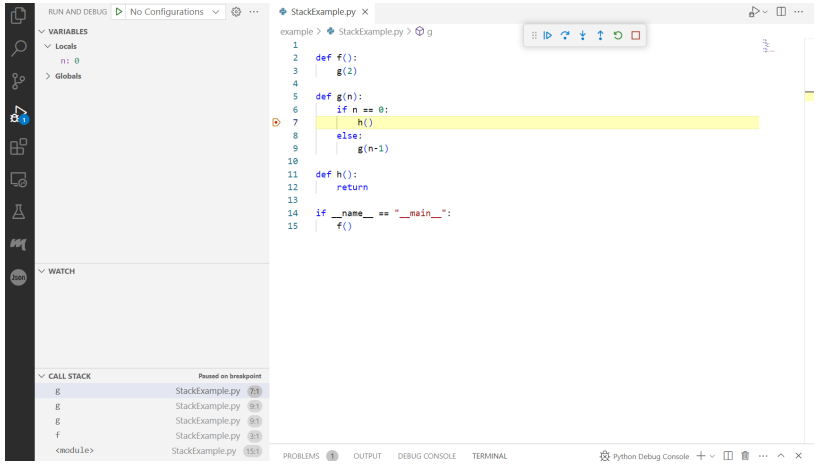
## Warum funktioniert das?

Beobachtung:

- Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * (4 * 5)))$
  - $(1 + (5 * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * 20)$
  - $(1 + (5 * 20))$ wird zu $(1 + 100)$
  - $(1 + 100)$ wird zu $101$

## Callstacks beim Programmieren

- Programmiersprachen verwenden Stacks um Funktionsaufrufe zu managen








# B2.4 Priority Queues





## Vorrangwarteschlangen (Priority Queue)

Anwendung:

- Grösste Elemente müssen verabeitet werden. Nicht alle auf einmal.

Beispiele:

- Job-Scheduling (Elemente: Prioritäten von Prozessen)
- Numerische Berechung: (Elemente: Berechnungsfehler, die zuerst zu beheben sind)
- Simulationssysteme (Elemente (Schlüssel): Ereigniszeiten)





## Priority Queue ADT

```
class MaxPQ[Item]:

    # Element einfuegen
    def insert(k : Item) -> None

    # Groesstes Element zurueckgeben
    def max() -> Item

    # Groesstes Element entfernen und zurueckgeben
    def delMax() -> Item

    # Ist die Queue leer?
    def isEmpty() -> bool

    # Anzahl Elemente in der Priority Queue
    def size() -> int
```

# Einfache Implementationen

**Arrayrepräsentation (ungeordnet)**

- Insert: Schlüssel zu Array hinzufügen
- max: Suche grössten Schlüssel
  - - Swap mit letztem Element
  - - Siehe: Selection sort

**Arrayrepräsentation (geordnet)**

- Insert: Schlüssel an richtiger Stelle im Array hinzufügen
  - - Siehe: Insertion sort
- max: Letztes Element in Array zurückgeben.

| Datenstruktur | Einfügen | Grösstes Element entfernen |
|---|---|---|
| Ungeordnetes Array | 1 | $N$ |
| Geordentes Array | $N$ | 1 |





# Beispielclient

Gegeben: Sehr grosser Stream von $N$ Elementen $N$ so gross, dass Speichern nicht möglich ist.

Gesucht: $M$ grösste Elemente.

**Einfachste Implementierungen (Nicht praktikabel)**

- Daten werden in Array gespeichert
- Daten werden sortiert und $M$ grösste Elemente zurückgegeben

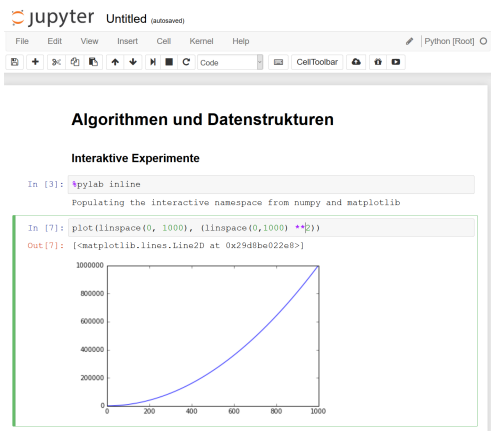
**Bessere Idee**

Halte $M$ grösste Elemente in Priority Queue.





# Implementation




Jupyter Notebook: priority-queues.ipynb





# Komplexität Beispielclient

| Implementation | Zeit | Speicher |
|---|---|---|
| Sortier-Client | $N \log N$ | $N$ |
| PQ (einfache Implementation) | $NM$ | $M$ |

- Grosse Vorteile in Laufzeit und Speicherkomplexität wenn $M \ll N$

# Ausblick: Heaps - Ideale Datenstruktur für Priority Queues

Datenstruktur

| Datenstruktur | Einfügen | Grösstes Element entfernen |
|---|---|---|
| Geordentes Array | $N$ | 1 |
| Ungeordnetes Array | 1 | $N$ |
| Heap | $\log N$ | $\log N$ |

Testclient

| Implementation | Zeit | Speicher |
|---|---|---|
| Sortier-Client | $N \log N$ | $N$ |
| PQ (einfache Implementation) | $NM$ | $M$ |
| Heap Implementation | $N \log M$ | $M$ |