Algorithmen und Datenstrukturen

A13. Sortieren: Countingsort & Radixsort

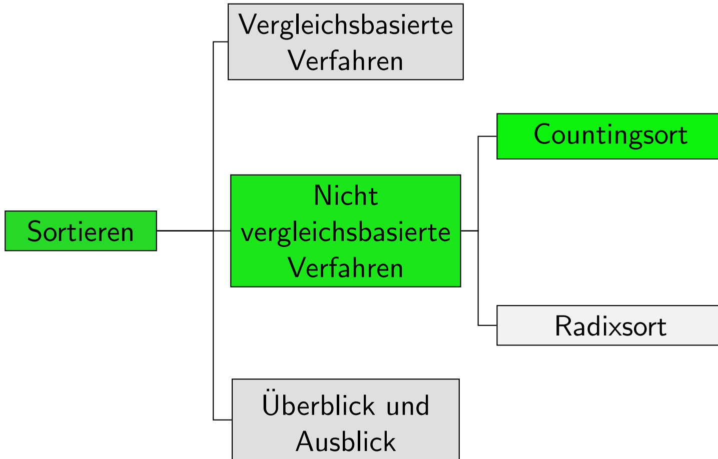
Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

22. März 2023

Nicht vergleichsbasierte Verfahren

Sortierverfahren



Countingsort: Idee

„Sortieren durch Zählen“

- Annahme: Elemente sind aus Bereich $0, \dots, k-1$.
- Laufe einmal über die Eingabesequenz und zähle dabei, wie oft jedes Element vorkommt.
- Sei $\#i$ die Anzahl der Vorkommen von Element i.
- Iteriere $i = 0, \dots, k-1$ und schreibe jeweils $\#i$-mal Element i in die Sequenz.

Countingsort: Algorithmus

```
1  def sort(array, k):
2      counts = [0] * k  # list of k zeros
3      for elem in array:
4          counts[elem] += 1
5
6      pos = 0
7      for i in range(k):
8          occurrences_of_i = counts[i]
9          for j in range(occurrences_of_i):
10             array[pos + j] = i
11         pos += occurrences_of_i
```

Countingsort: Algorithmus

```
1  def sort(array, k):
2      counts = [0] * k  # list of k zeros
3      for elem in array:
4          counts[elem] += 1
5
6      pos = 0
7      for i in range(k):
8          occurrences_of_i = counts[i]
9          for j in range(occurrences_of_i):
10             array[pos + j] = i
11         pos += occurrences_of_i
```

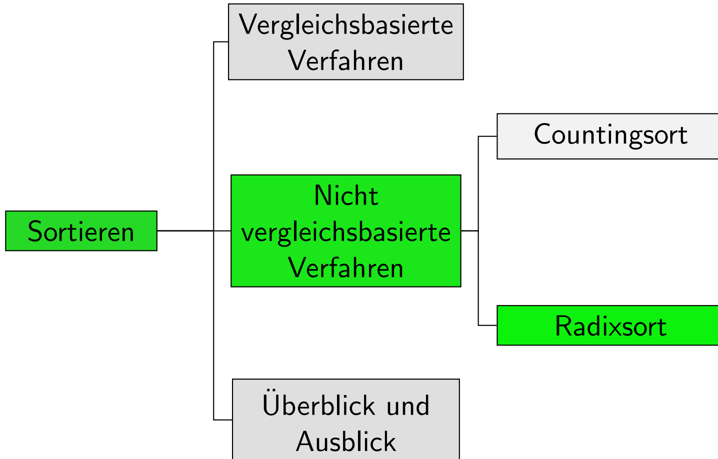
Laufzeit: $O(n + k)$ (n Grösse der Eingabesequenz)

Countingsort: Algorithmus

```
1  def sort(array, k):
2      counts = [0] * k  # list of k zeros
3      for elem in array:
4          counts[elem] += 1
5
6      pos = 0
7      for i in range(k):
8          occurrences_of_i = counts[i]
9          for j in range(occurrences_of_i):
10             array[pos + j] = i
11         pos += occurrences_of_i
```

Laufzeit: $O(n + k)$ (n Grösse der Eingabesequenz)
$\rightarrow$ Für festes k linear

Sortierverfahren



Radixsort: Idee

„Sortieren durch Fachverteilen“

- Annahme: Schlüssel sind Zahlen im Dezimalsystem
  z.B. 763, 983, 96, 286, 462

Radixsort: Idee

„Sortieren durch Fachverteilen"

- Annahme: Schlüssel sind Zahlen im Dezimalsystem
  z.B. 763, 983, 96, 286, 462
- Teile Zahlen nach letzter Stelle auf:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	763			96			
			983			286			

Radixsort: Idee

„Sortieren durch Fachverteilen“

- Annahme: Schlüssel sind Zahlen im Dezimalsystem
  z.B. 763, 983, 96, 286, 462
- Teile Zahlen nach letzter Stelle auf:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	763			96			
			983			286			

- Sammle Zahlen von vorne nach hinten/oben nach unten auf
  462, 763, 983, 96, 286

Radixsort: Idee

„Sortieren durch Fachverteilen“

- Annahme: Schlüssel sind Zahlen im Dezimalsystem
  z.B. 763, 983, 96, 286, 462
- Teile Zahlen nach letzter Stelle auf:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	763			96			
			983			286			

- Sammle Zahlen von vorne nach hinten/oben nach unten auf
  462, 763, 983, 96, 286
- Teile Zahlen nach vorletzter Stelle auf, sammle sie auf.
- Teile Zahlen nach drittletzter Stelle auf, sammle sie auf.
- usw. bis alle Stellen betrachtet wurden.

Radixsort: Beispiel

- Eingabe: 263, 983, 96, 462, 286

Radixsort: Beispiel

- Eingabe: 263, 983, 96, 462, 286
- Aufteilung nach letzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	263			96			
			983			286			

Aufsammeln ergibt: 462, 263, 983, 96, 286

Radixsort: Beispiel

- Eingabe: 263, 983, 96, 462, 286
- Aufteilung nach letzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	263			96			
			983			286			

  Aufsammeln ergibt: 462, 263, 983, 96, 286

- Aufteilung nach vorletzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						462		983	96
						263		286	

  Aufsammeln ergibt: 462, 263, 983, 286, 96

Radixsort: Beispiel

- Eingabe: 263, 983, 96, 462, 286
- Aufteilung nach letzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		462	263			96			
			983			286			

  Aufsammeln ergibt: 462, 263, 983, 96, 286

- Aufteilung nach vorletzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						462		983	96
						263		286	

  Aufsammeln ergibt: 462, 263, 983, 286, 96

- Aufteilung nach drittletzter Stelle:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
096		263		462					983
		286							

  Aufsammeln ergibt: 96, 263, 286, 462, 983

Jupyter-Notebook

Jupyter-Notebook: `radix_sort.ipynb`

Radixsort: Algorithmus (für beliebige Basis)

```
1  def sort(array, base=10):
2      if not array:  # array is empty
3          return
4      iteration = 0
5      max_val = max(array) # identify largest element
6      while base ** iteration <= max_val:
7          buckets = [[] for num in range(base)]
8          for elem in array:
9              digit = (elem // (base ** iteration)) % base
10             buckets[digit].append(elem)
11         pos = 0
12         for bucket in buckets:
13             for elem in bucket:
14                 array[pos] = elem
15                 pos += 1
16         iteration += 1
```

Radixsort: Laufzeit

- m: Maximale Anzahl Stellen in Repräsentation mit gegebener Basis b.
- n: Länge der Eingabesequenz
- Laufzeit in $O(m \cdot (n + b))$

Radixsort: Laufzeit

- m: Maximale Anzahl Stellen in Repräsentation mit gegebener Basis b.
- n: Länge der Eingabesequenz
- Laufzeit in $O(m \cdot (n + b))$

Für festes m und b hat Radixsort lineare Laufzeit.

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Countingsort und Radixsort sind nicht vergleichsbasiert und erlauben (unter bestimmten Restriktionen) ein Sortieren in linearer Zeit.
- Sie machen jedoch zusätzliche Einschränkungen an die verwendeten Schlüssel.