

Algorithmen und Datenstrukturen

A6. Laufzeitanalyse: Logarithmus

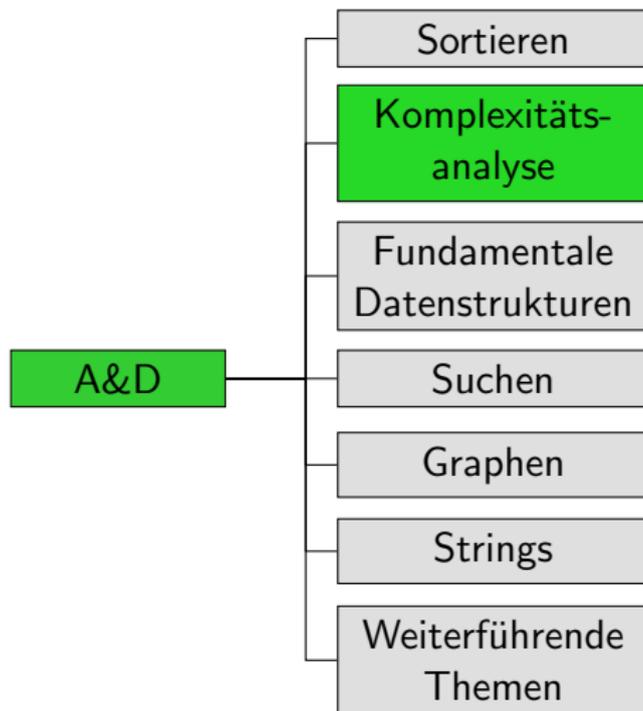
Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

9. März 2023

Exkurs: Logarithmus

Inhalt dieser Veranstaltung



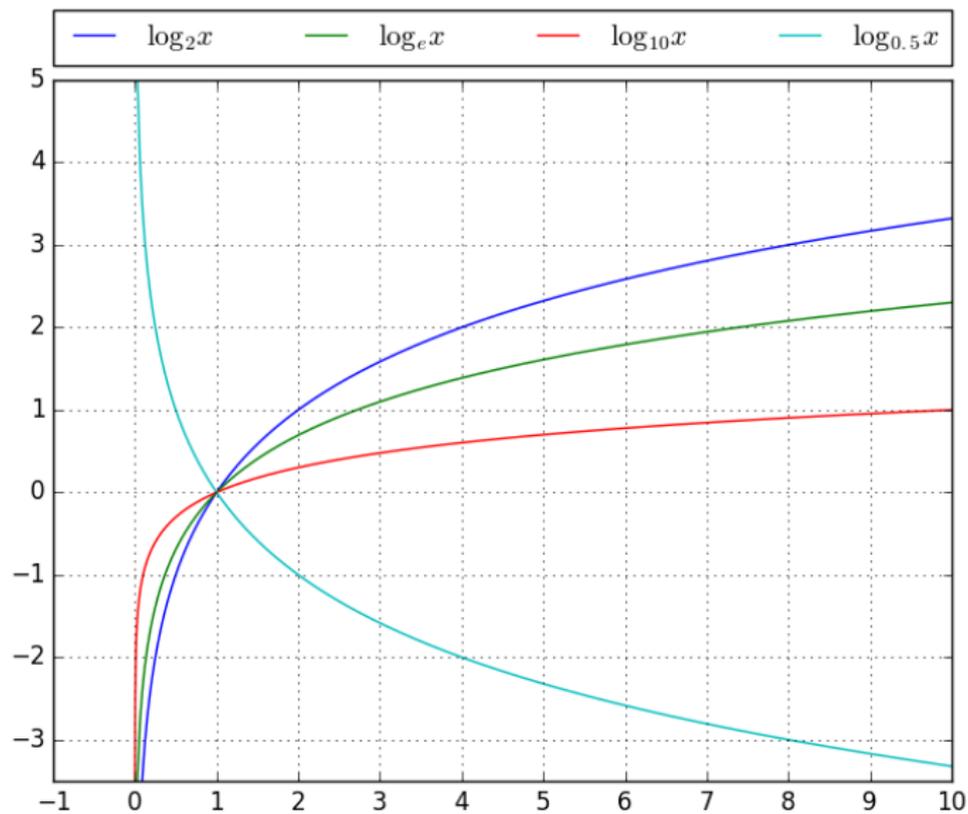
Logarithmus

- In der Analyse von Mergesort werden wir eine **Logarithmusfunktion** verwendet.
- Dies ist bei der Analyse von Laufzeiten oft der Fall.
- Der Logarithmus zur Basis b ist invers zur Exponentialfunktion mit Basis b , also

$$\log_b x = y \text{ gdw. } b^y = x.$$

- Beispiele: $\log_2 8 = 3$, da $2^3 = 8$
Beispiele: $\log_3 81 = 4$, da $3^4 = 81$
- $\log_b a$ intuitiv (wenn das glatt aufgeht):
„Wie oft muss man a durch b teilen bis man bei 1 ist?“

Logarithmus: Illustration



Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln
 $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ und $a^x a^y = a^{x+y}$:

Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln
 $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ und $a^x a^y = a^{x+y}$:

$$\text{Produktregel} \quad \log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$$

Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln
 $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ und $a^x a^y = a^{x+y}$:

Produktregel	$\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$
Potenzrechnung	$\log_b(x^r) = r \log_b x$

Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln
 $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ und $a^x a^y = a^{x+y}$:

Produktregel $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$

Potenzrechnung $\log_b(x^r) = r \log_b x$

Basisumrechnung $\log_b x = \log_a x / \log_a b$

Logarithmus: Beispielrechnung

Bei der Algorithmenanalyse begegnet man öfters Ausdrücken der Form $a^{\log_b x}$. Wie bekommt man da den Logarithmus aus dem Exponenten?

Logarithmus: Beispielrechnung

Bei der Algorithmenanalyse begegnet man öfters Ausdrücken der Form $a^{\log_b x}$. Wie bekommt man da den Logarithmus aus dem Exponenten?

Beispiel: $5^{\log_2 x}$

Wir verwenden $5 = 2^{\log_2 5}$.

Logarithmus: Beispielrechnung

Bei der Algorithmenanalyse begegnet man öfters Ausdrücken der Form $a^{\log_b x}$. Wie bekommt man da den Logarithmus aus dem Exponenten?

Beispiel: $5^{\log_2 x}$

Wir verwenden $5 = 2^{\log_2 5}$.

$$\begin{aligned} 5^{\log_2 x} &= (2^{\log_2 5})^{\log_2 x} \\ &= 2^{\log_2 5 \log_2 x} \\ &= 2^{\log_2 x \log_2 5} \\ &= (2^{\log_2 x})^{\log_2 5} \\ &= x^{\log_2 5} \\ &\approx x^{2.32} \end{aligned}$$