

Algorithmen und Datenstrukturen

A6. Laufzeitanalyse: Logarithmus

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

9. März 2023

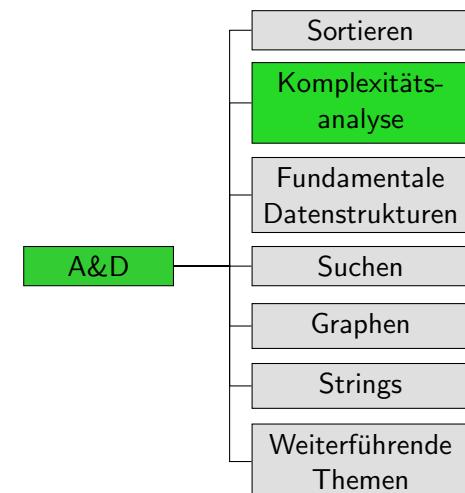
Algorithmen und Datenstrukturen

9. März 2023 — A6. Laufzeitanalyse: Logarithmus

A6.1 Exkurs: Logarithmus

A6.1 Exkurs: Logarithmus

Inhalt dieser Veranstaltung



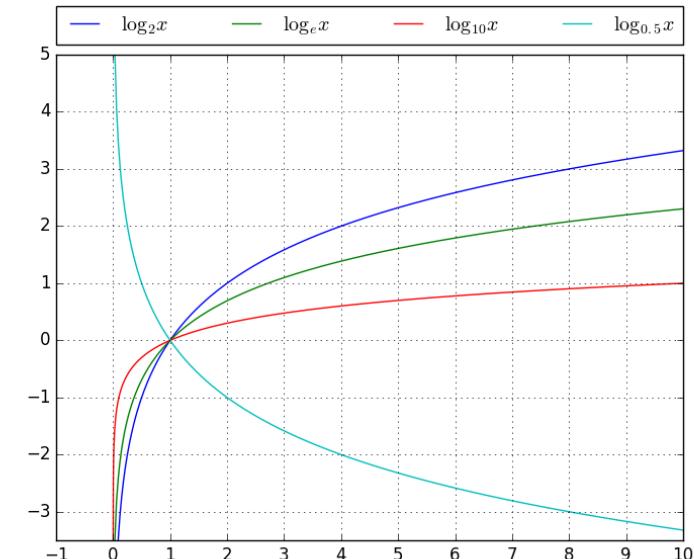
Logarithmus

- In der Analyse von Mergesort werden wir eine **Logarithmusfunktion** verwendet.
- Dies ist bei der Analyse von Laufzeiten oft der Fall.
- Der Logarithmus zur Basis b ist invers zur Exponentialfunktion mit Basis b , also

$$\log_b x = y \text{ gdw. } b^y = x.$$

- Beispiele: $\log_2 8 = 3$, da $2^3 = 8$
Beispiele: $\log_3 81 = 4$, da $3^4 = 81$
- $\log_b a$ intuitiv (wenn das glatt aufgeht):**
„Wie oft muss man a durch b teilen bis man bei 1 ist?“

Logarithmus: Illustration



Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ und $a^x a^y = a^{x+y}$:

- | | |
|-----------------|------------------------------------|
| Produktregel | $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ |
| Potenzrechnung | $\log_b(x^r) = r \log_b x$ |
| Basisumrechnung | $\log_b x = \log_a x / \log_a b$ |

Logarithmus: Beispielrechnung

Bei der Algorithmenanalyse begegnet man öfters Ausdrücken der Form $a^{\log_b x}$. Wie bekommt man da den Logarithmus aus dem Exponenten?

Beispiel: $5^{\log_2 x}$

Wir verwenden $5 = 2^{\log_2 5}$.

$$\begin{aligned}
 5^{\log_2 x} &= (2^{\log_2 5})^{\log_2 x} \\
 &= 2^{\log_2 5 \log_2 x} \\
 &= 2^{\log_2 x \log_2 5} \\
 &= (2^{\log_2 x})^{\log_2 5} \\
 &= x^{\log_2 5} \\
 &\approx x^{2.32}
 \end{aligned}$$