

# Algorithmen und Datenstrukturen

## A6. Laufzeitanalyse: Logarithmus

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

9. März 2023

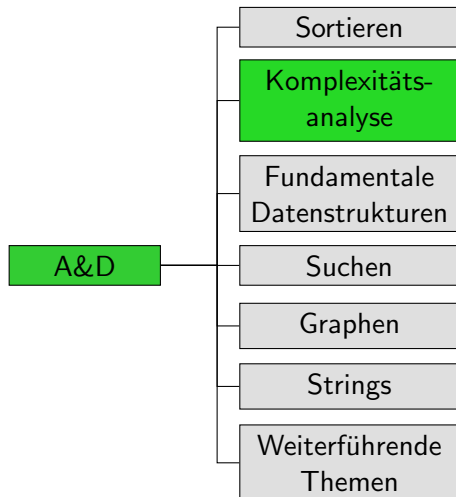
# Algorithmen und Datenstrukturen

9. März 2023 — A6. Laufzeitanalyse: Logarithmus

## A6.1 Exkurs: Logarithmus

# A6.1 Exkurs: Logarithmus

# Inhalt dieser Veranstaltung



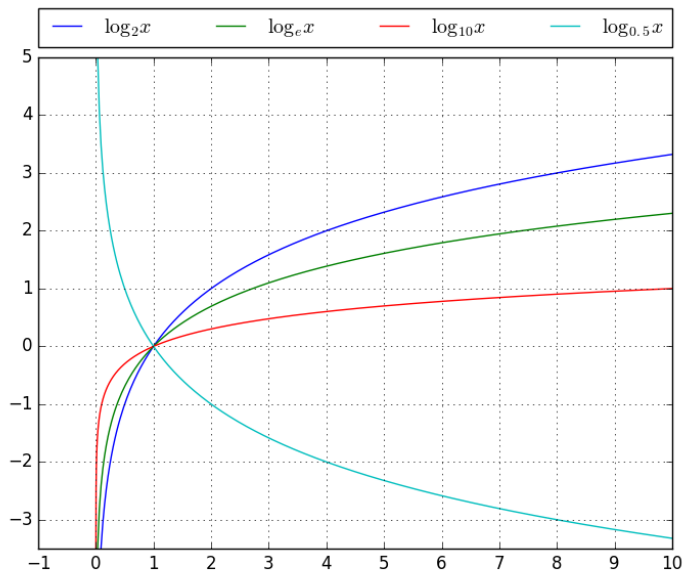
# Logarithmus

- ▶ In der Analyse von Mergesort werden wir eine **Logarithmusfunktion** verwendet.
- ▶ Dies ist bei der Analyse von Laufzeiten oft der Fall.
- ▶ Der Logarithmus zur Basis  $b$  ist invers zur Exponentialfunktion mit Basis  $b$ , also

$$\log_b x = y \text{ gdw. } b^y = x.$$

- ▶ Beispiele:  $\log_2 8 = 3$ , da  $2^3 = 8$   
Beispiele:  $\log_3 81 = 4$ , da  $3^4 = 81$
- ▶  $\log_b a$  intuitiv (wenn das glatt aufgeht):  
„Wie oft muss man  $a$  durch  $b$  teilen bis man bei 1 ist?“

# Logarithmus: Illustration



# Rechenregeln Logarithmus

Die Rechenregeln ergeben sich direkt aus den Regeln  $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$  und  $a^x a^y = a^{x+y}$ :

Produktregel  $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$

Potenzrechnung  $\log_b(x^r) = r \log_b x$

Basisumrechnung  $\log_b x = \log_a x / \log_a b$

# Logarithmus: Beispielrechnung

Bei der Algorithmenanalyse begegnet man öfters Ausdrücken der Form  $a^{\log_b x}$ . Wie bekommt man da den Logarithmus aus dem Exponenten?

Beispiel:  $5^{\log_2 x}$

Wir verwenden  $5 = 2^{\log_2 5}$ .

$$\begin{aligned} 5^{\log_2 x} &= (2^{\log_2 5})^{\log_2 x} \\ &= 2^{\log_2 5 \log_2 x} \\ &= 2^{\log_2 x \log_2 5} \\ &= (2^{\log_2 x})^{\log_2 5} \\ &= x^{\log_2 5} \\ &\approx x^{2.32} \end{aligned}$$