Algorithmen und Datenstrukturen

B3. ADTs , Bags, Stack and Queues

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

07. März 2021

Abstrakte Datentypen

Abstrakte Datentypen : Definition

Abstrakter Datentyp

Ein abstrakter Datentyp ist eine Sammlung von Daten mit den darauf anwendbaren Operationen.

Beispiele:

- Integer mit arithmetischen Operationen
- Komplexe Zahlen mit Operationen add und subtract
- Mengen mit Operationen union, intersection und setminus
- Geordnete Sequenz von von Objekten

Abstrakte Datentypen und Klassen

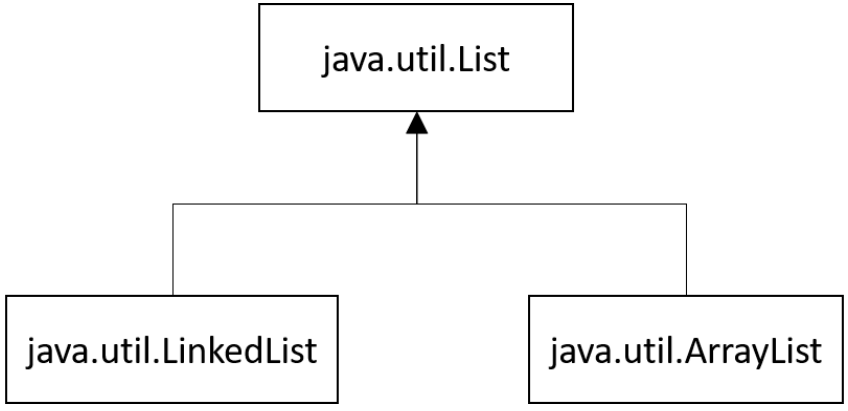
- Abstrakte Datentypen entsprechen Klassen in OO Programmierung

```
public class Complex {

  private double real;
  private double imag;

  public Complex(double real, double imag) { ... }
  public Complex(double magnitude, double phase) { ... }

  public Complex add(Complex c1, Complex c2) { ... }
  public Complex subtract(Complex c1, Complex c2) { ... }
  ...
}
```

Vorteile von Abstrakten Datentypen

- Nutzer programmiert gegen Schnittstelle
- Verwendete Datenstruktur (Repräsentation) ist versteckt (gekapselt)
  - Repräsentation kann jederzeit ausgetauscht werden
- Verständnis auf zwei Ebenen
  1. Was macht der Datentyp (Schnittstelle)
  2. Wie wird es gemacht (Interne Datenstruktur)
- Erlaubt komplexe Sachverhalte zu abstrahieren

Beispiel: Listen in Java




```
interface List<E>:
  E get(int index);
  void add(E element);
  void add(int pos, E element);
  ...
```

Achtung

Verschiedene Listen haben dieselbe Schnittstelle, aber Operationen haben nicht dieselbe Komplexität.

Datentypdesign

Wir werden für jeden Datentyp folgende Punkte besprechen

- Beschreiben der Schnittstelle (API)
- Beispielanwendungen (Client) die die Schnittstelle nutzen
- Implementation

Quiz: Abstrakte Datentypen

- Ist eine verkettete Liste ein Datentyp oder eine Datenstruktur?
- Ist ein Array nur eine Datenstruktur oder auch Abstrakter Datentyp?
  - Was wären die Operationen auf einem Array, welche den ADT Array Charakterisieren?
  - Welche Datenstruktur würden Sie für die Implementation eines Array Datentyps verwenden?
- Was ist die Gefahr, bei der Verwendung eines abstrakten Datentypen?

Multimengen, Warteschlange und Stapel

Ein Besuch in der Mensa

(Teller-)Stapel

Multimenge (von Essen)

Schlange

Stapel, Multimenge und Schlangen begegnen uns in verschiedenen Situation im täglichen Leben.

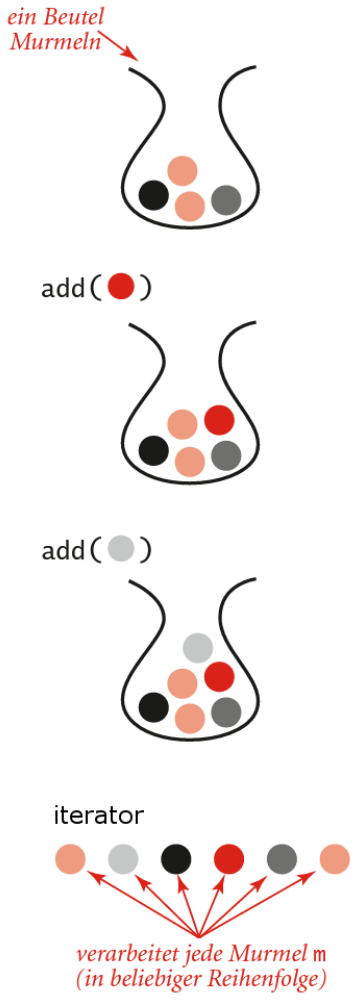
Multimengen (Bag)

```
class Bag[Item]:
  # Element hinzufuegen
  def add(item : Item) -> Item

  # Ist die Multimenge leer?
  def isEmpty() -> bool

  # Wieviele Elemente sind in der Menge?
  def size() -> int

  # Abstraktion um ueber Elemente zu iterieren
  def iterator() ->  Iterator[Item]
}
```

- Anmerkung: Typ Annotation angelehnt an Python Typing Module (PEP 484)

Multimenge (bag)

- Undefinierte Reihenfolge der Elemente
  - Welches Element man nimmt ist undefiniert.
  - Aber: Jedes Element wird nur einmal entnommen
- Nicht zu verwechseln mit Liste / Array, die die Reihenfolge garantieren.



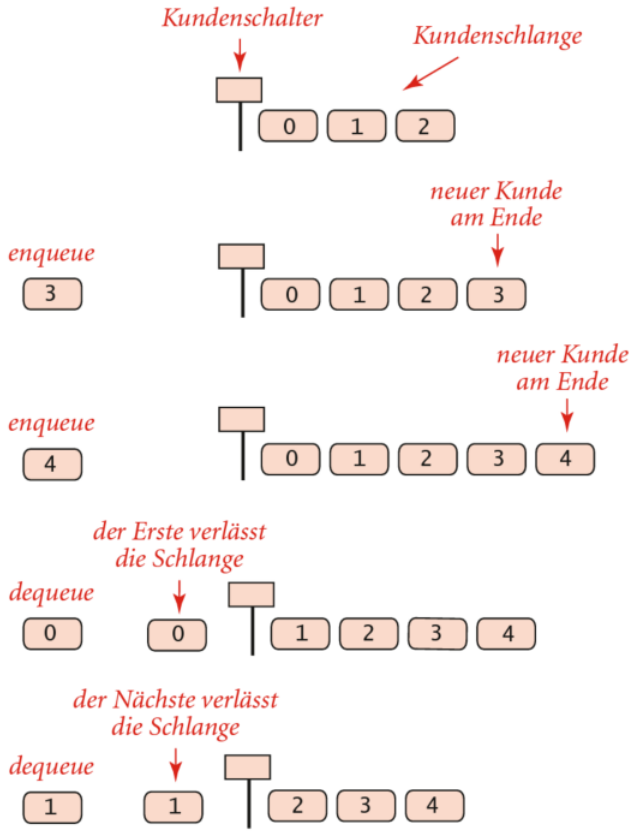
Quelle: Abbildung 1.30 - Algorithms, Sedgewick & Wayne

Warteschlange (Queue)

```
class Queue[Item] {

  # Element zu Schlange hinzufuegen
  def enqueue(item : Item)

  # Element von Schlange entfernen
  def dequeue() -> Item

  # Anzahl Elemente in der Schlange
  def size() -> int //

  # Ist die Schlange leer?
  def isEmpty() -> bool

}
```

Warteschlange (queue)

- Reihenfolge: First in - first out.
  - Elemente werden nur von vorne entnommen
  - Elemente werden nur von hinten hinzugefügt.
- Anwendung: Zwischenspeicher von Elementen, ohne dass die Reihenfolge verändert wird.



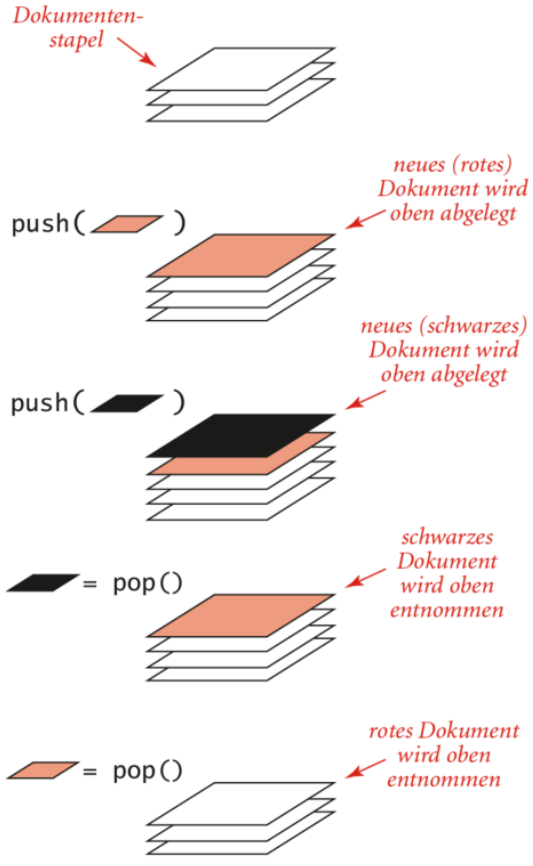
Quelle: Abbildung 1.31, Algorithmen, Sedgewick & Wayne

Stapel (Stack)

```
class Stack[Item] {

  # Element zu Stapel hinzufuegen
  def push(item : Item)

  # Element von Stapel entfernen
  def pop() -> Item // Element entnehmen

  # Ist Stapel leer?
  def isEmpty() -> Boolean

  # Anzahl Element in Stapel
  def size() -> int

}
```

Stapel (Stack)

- Reihenfolge: last in - first out (LIFO)
  - Jedes element wird oben den Stapel gelegt.
  - Nur oberstes Element kann entfernt werden.
- Anwendung: Stapeln und Schachtelung von Dingen
  - Verschachtelte Funktionen / arithmetische Ausdrücke
  - E-Mail organisation
  - Browser history (back button)



Quelle: Abbildung 1.32, Algorithmen, Sedgewick & Wayne

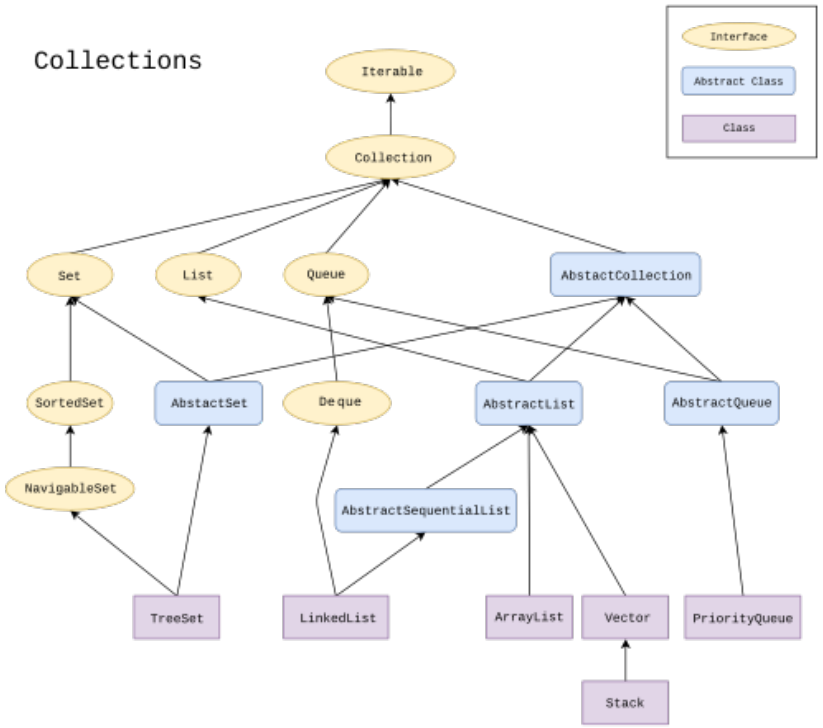
Multimengen, Warteschlangen und Stapel

- Nichts Neues: Nur Listen mit eingeschränkter Funktionalität
- In Python: Alle Operationen definiert im Datentype `List`
  Siehe: `https://docs.python.org/3.1/tutorial/datastructures.html`

Einschränkungen helfen Intention und Nutzung klar zu machen und Fehler in Nutzung zu verhindern.

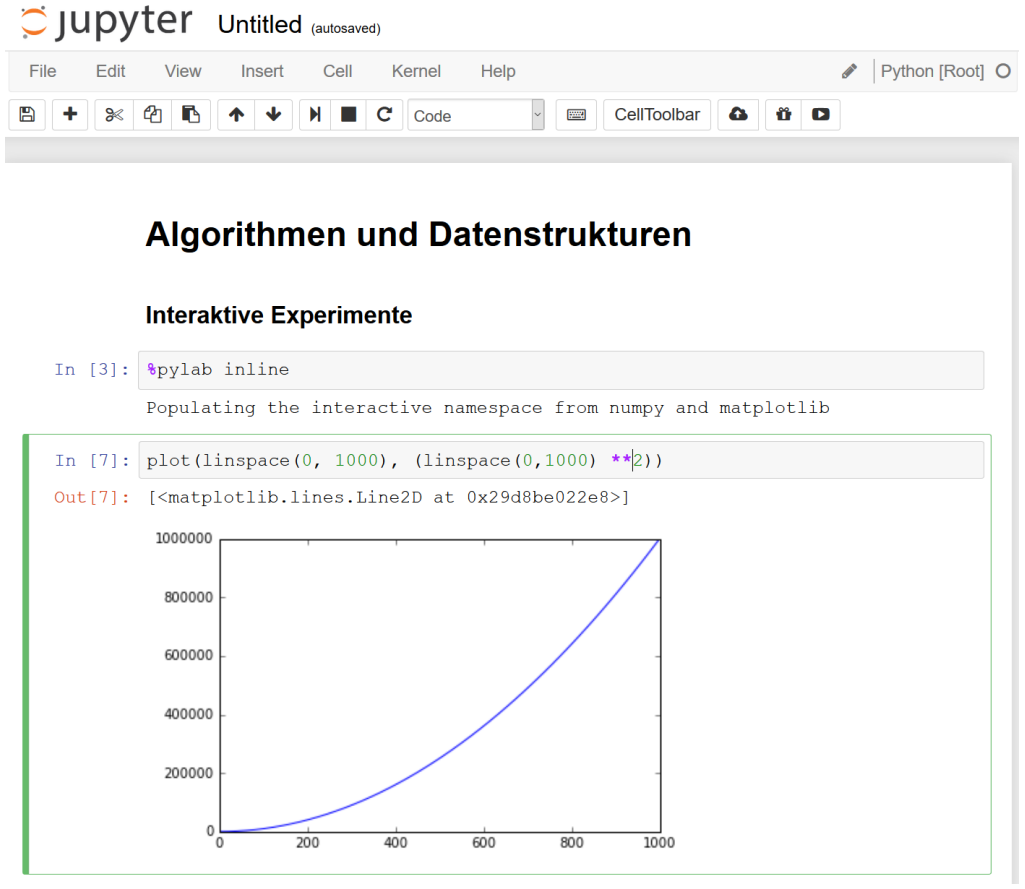
ADTs in Bibliotheken (Java)

- ADTs sind heute Teil jeder Standardbibliothek



Quelle: By Ramlmn - Own work, CC BY-SA 4.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=64043967

Beispiele und Implementation



IPython Notebooks: fundamental-adts.ipynb

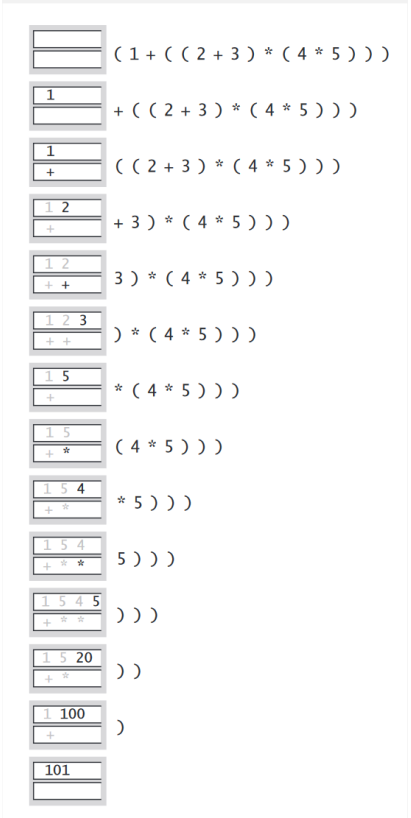
Anwendung von Stacks

Auswerten arithmetischer Operationen

Beispiel: $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$

Two-Stack Algorithmus (Dijkstra)

- Wert: push auf Wertestapel
- Operator: push auf Operatorenstapel
- Linke Klammer: Ignorieren
- Rechte Klammer: pop Operator und zwei Werte
  - Operation auf Werte anwenden
  - push Resultat der Operation auf Wertestapel



Quelle: `https://algs4.cs.princeton.edu/lectures/13StacksAndQueues-2x2.pdf`

Warum funktioniert das?

Beobachtung:

- Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * (4 * 5)))$

Warum funktioniert das?

Beobachtung:

- Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * (4 * 5)))$
  - $(1 + (5 * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * 20)$

Warum funktioniert das?

Beobachtung:

- Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * (4 * 5)))$
  - $(1 + (5 * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * 20)$
  - $(1 + (5 * 20))$ wird zu $(1 + 100)$

Warum funktioniert das?

Beobachtung:

- Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * (4 * 5)))$
  - $(1 + (5 * (4 * 5)))$ wird zu $(1 + (5 * 20)$
  - $(1 + (5 * 20))$ wird zu $(1 + 100)$
  - $(1 + 100)$ wird zu 101

Priority Queues

Vorrangwarteschlangen (Priority Queue)

Anwendung:

- Grösste Elemente müssen verabeitet werden. Nicht alle auf einmal.

Beispiele:

- Job-Scheduling (Elemente: Prioritäten von Prozessen)
- Numerische Berechung: (Elemente: Berechnungsfehler, die zuerst zu beheben sind)
- Simulationssysteme (Elemente (Schlüssel): Ereigniszeiten)

Priority Queue ADT

```
class MaxPQ[Item]:

    # Element einfuegen
    def insert(k : Item) -> None

    # Groesstes Element zurueckgeben
    def max() -> Item

    # Groesstes Element entfernen und zurueckgeben
    def delMax() -> Item

    # Ist die Queue leer?
    def isEmpty() -> bool

    # Anzahl Elemente in der Priority Queue
    def size() -> int
```

Einfache Implementationen

Arrayrepräsentation (ungeordnet)

- Insert: Schlüssel zu Array hinzufügen
- max: Suche grössten Schlüssel
  - - Swap mit letztem Element
  - - Siehe: Selection sort

Arrayrepräsentation (geordnet)

- Insert: Schlüssel an richtiger Stelle im Array hinzufügen
  - - Siehe: Insertion sort
- max: Letztes Element in Array zurückgeben.

Einfache Implementationen

Arrayrepräsentation (ungeordnet)

- Insert: Schlüssel zu Array hinzufügen
- max: Suche grössten Schlüssel
  - - Swap mit letztem Element
  - - Siehe: Selection sort

Arrayrepräsentation (geordnet)

- Insert: Schlüssel an richtiger Stelle im Array hinzufügen
  - - Siehe: Insertion sort
- max: Letztes Element in Array zurückgeben.

Datenstruktur	Einfügen	Grösstes Element entfernen
Ungeordnetes Array	1	N
Geordentes Array	N	1

Beispielclient

Gegeben: Sehr grosser Stream von N Elementen N so gross, dass Speichern nicht möglich ist.

Gesucht: M grösste Elemente.

Beispielclient

Gegeben: Sehr grosser Stream von N Elementen N so gross, dass Speichern nicht möglich ist.

Gesucht: M grösste Elemente.

Einfachste Implementierungen (Nicht praktikabel)

- Daten werden in Array gespeichert
- Daten werden sortiert und M grösste Elemente zurückgegeben

Beispielclient

Gegeben: Sehr grosser Stream von N Elementen N so gross, dass Speichern nicht möglich ist.

Gesucht: M grösste Elemente.

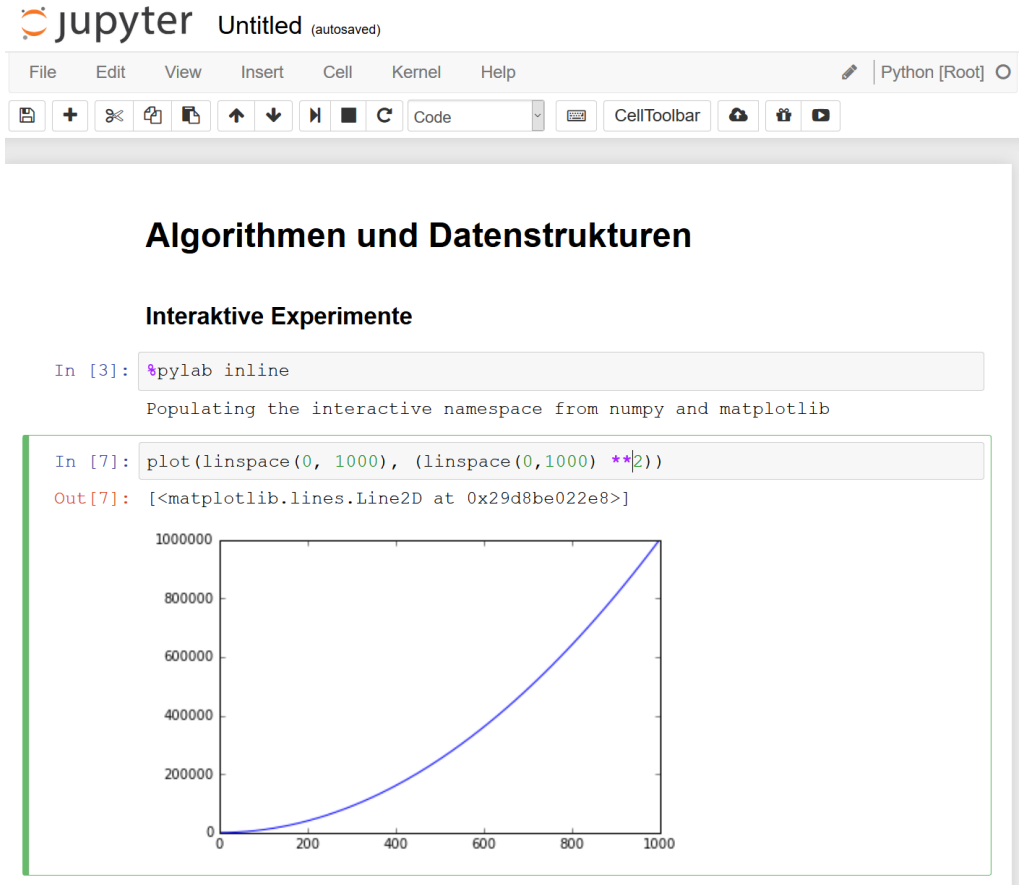
Einfachste Implementierungen (Nicht praktikabel)

- Daten werden in Array gespeichert
- Daten werden sortiert und M grösste Elemente zurückgegeben

Bessere Idee

Halte M grösste Elemente in Priority Queue.

Implementation



IPython Notebooks: PQ.ipynb

Komplexität Beispielclient

Implementation	Zeit	Speicher
Sortier-Client	$N \log N$	N
PQ (einfache Implementation)	NM	M

- Grosse Vorteile in Laufzeit und Speicherkomplexität wenn $M \ll N$

Ausblick: Heaps - Ideale Datenstruktur für Priority Queues

Datenstruktur

Datenstruktur	Einfügen	Grösstes Element entfernen
Geordentes Array	N	1
Ungeordnetes Array	1	N
Heap	$\log N$	$\log N$

Testclient

Implementation	Zeit	Speicher
Sortier-Client	$N \log N$	N
PQ (einfache Implementation)	NM	M
Heap Implementation	$N \log M$	M