

# Algorithmen und Datenstrukturen

## B3. ADTs , Bags, Stack and Queues

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

Universität Basel

07. März 2021

# Algorithmen und Datenstrukturen

07. März 2021 — B3. ADTs , Bags, Stack and Queues

## B3.1 Abstrakte Datentypen

## B3.2 Multimengen, Warteschlange und Stapel

## B3.3 Anwendung von Stacks

## B3.4 Priority Queues

# B3.1 Abstrakte Datentypen

# Abstrakte Datentypen : Definition

## Abstrakter Datentyp

Ein abstrakter Datentyp ist eine Sammlung von Daten mit den darauf anwendbaren Operationen.

Beispiele:

- ▶ Integer mit arithmetischen Operationen
- ▶ Komplexe Zahlen mit Operationen add und subtract
- ▶ Mengen mit Operationen union, intersection und setminus
- ▶ Geordnete Sequenz von von Objekten

# Abstrakte Datentypen und Klassen

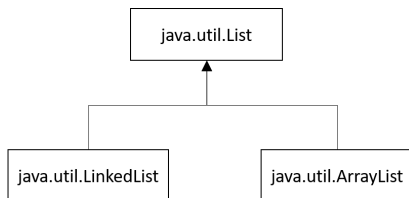
- ▶ Abstrakte Datentypen entsprechen Klassen in OO Programmierung

```
public class Complex {  
  
    private double real;  
    private double imag;  
  
    public Complex(double real, double imag) { ... }  
    public Complex(double magnitude, double phase) { ... }  
  
    public Complex add(Complex c1, Complex c2) { ... }  
    public Complex subtract(Complex c1, Complex c2) { ... }  
    ...  
}
```

# Vorteile von Abstrakten Datentypen

- ▶ Nutzer programmiert gegen Schnittstelle
- ▶ **Verwendete Datenstruktur** (Repräsentation) ist versteckt (gekapselt)
  - ▶ Repräsentation kann jederzeit ausgetauscht werden
- ▶ Verständnis auf zwei Ebenen
  - ① Was macht der Datentyp (Schnittstelle)
  - ② Wie wird es gemacht (Interne Datenstruktur)
- ▶ Erlaubt komplexe Sachverhalte zu abstrahieren

# Beispiel: Listen in Java



```
interface List<E>:  
    E get(int index);  
    void add(E element);  
    void add(int pos, E element);  
    ...
```

## Achtung

Verschiedene Listen haben dieselbe Schnittstelle, aber Operationen haben nicht dieselbe Komplexität.

# Datentypdesign

Wir werden für jeden Datentyp folgende Punkte besprechen

- ▶ Beschreiben der Schnittstelle (API)
- ▶ Beispielanwendungen (Client) die die Schnittstelle nutzen
- ▶ Implementation



## Quiz: Abstrakte Datentypen

- ▶ Ist eine verkettete Liste ein Datentyp oder eine Datenstruktur?
- ▶ Ist ein Array nur eine Datenstruktur oder auch Abstrakter Datentyp?
  - ▶ Was wären die Operationen auf einem Array, welche den ADT Array Charakterisieren?
  - ▶ Welche Datenstruktur würden Sie für die Implementation eines Array Datentyps verwenden?
- ▶ Was ist die Gefahr, bei der Verwendung eines abstrakten Datentypen?

## B3.2 Multimengen, Warteschlange und Stapel

# Ein Besuch in der Mensa



(Teller-)Stapel



Multimenge (von  
Essen)



Schlange

Stapel, Multimenge und Schlangen begegnen uns in verschiedenen Situation im täglichen Leben.

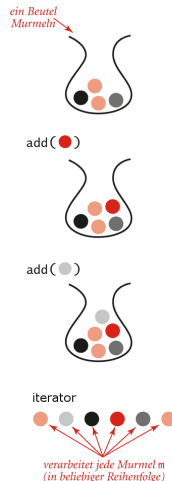
# Multimengen (Bag)

```
class Bag[Item]:  
  # Element hinzufuegen  
  def add(item : Item) -> Item  
  
  # Ist die Multimenge leer?  
  def isEmpty() -> bool  
  
  # Wieviele Elemente sind in der Menge?  
  def size() -> int  
  
  # Abstraktion um ueber Elemente zu iterieren  
  def iterator() -> Iterator[Item]  
}
```

- Anmerkung: Typ Annotation angelehnt an Python Typing Module (PEP 484)

# Multimenge (bag)

- ▶ undefinierte Reihenfolge der Elemente
  - ▶ Welches Element man nimmt ist undefiniert.
  - ▶ Aber: Jedes Element wird nur einmal entnommen
- ▶ Nicht zu verwechseln mit Liste / Array, die die Reihenfolge garantieren.



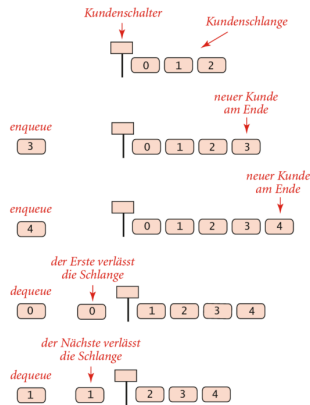
Quelle: Abbildung 1.30 - Algorithms, Sedgewick & Wayne

# Warteschlange (Queue)

```
class Queue[Item] {  
  
    # Element zu Schlange hinzufuegen  
    def enqueue(item : Item)  
  
    # Element von Schlange entfernen  
    def dequeue() -> Item  
  
    # Anzahl Elemente in der Schlange  
    def size() -> int //  
  
    # Ist die Schlange leer?  
    def isEmpty() -> bool  
  
}
```

# Warteschlange (queue)

- ▶ Reihenfolge: First in - first out.
  - ▶ Elemente werden nur von vorne entnommen
  - ▶ Elemente werden nur von hinten hinzugefügt.
- ▶ Anwendung:  
Zwischenspeicher von Elementen, ohne dass die Reihenfolge verändert wird.



Quelle: Abbildung 1.31, Algorithmen, Sedgewick & Wayne

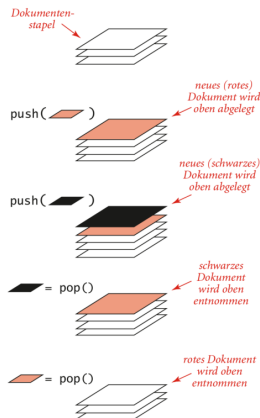
# Stapel (Stack)

```
class Stack[Item] {  
  
  # Element zu Stapel hinzufuegen  
  def push(item : Item)  
  
  # Element von Stapel entfernen  
  def pop() -> Item // Element entnehmen  
  
  # Ist Stapel leer?  
  def isEmpty() -> Boolean  
  
  # Anzahl Element in Stapel  
  def size() -> int  
  
}
```



# Stapel (Stack)

- ▶ Reihenfolge: last in - first out (LIFO)
  - ▶ Jedes element wird oben den Stapel gelegt.
  - ▶ Nur oberstes Element kann entfernt werden.
- ▶ Anwendung: Stapeln und Schachtelung von Dingen
  - ▶ Verschachtelte Funktionen / arithmetische Ausdrücke
  - ▶ E-Mail organisation
  - ▶ Browser history (back button)



Quelle: Abbildung 1.32,  
Algorithmen, Sedgewick & Wayne

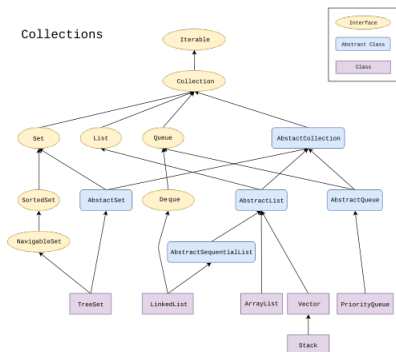
# Multimengen, Warteschlangen und Stapel

- ▶ Nichts Neues: Nur Listen mit eingeschränkter Funktionalität
- ▶ In Python: Alle Operationen definiert im Datentype `List`  
Siehe: <https://docs.python.org/3.1/tutorial/datastructures.html>

Einschränkungen helfen Intention und Nutzung klar zu machen und Fehler in Nutzung zu verhindern.

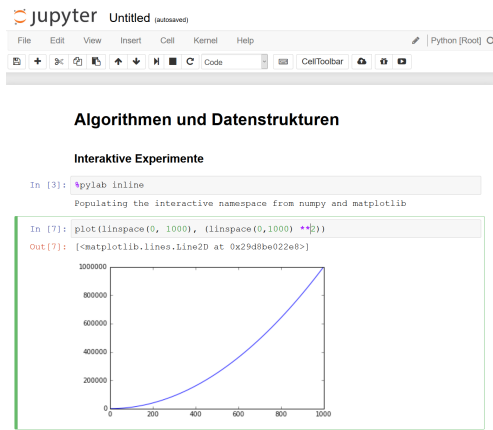
# ADTs in Bibliotheken (Java)

- ▶ ADTs sind heute Teil jeder Standardbibliothek



Quelle: By Ramlmn - Own work, CC BY-SA 4.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=64043967>

# Beispiele und Implementation



IPython Notebooks: fundamental-adts.ipynb

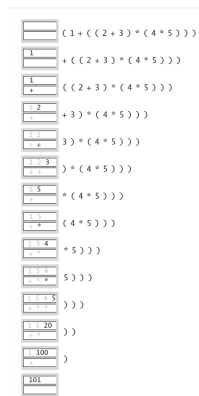
## B3.3 Anwendung von Stacks

# Auswerten arithmetischer Operationen

Beispiel:  $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$

## Two-Stack Algorithmus (Dijkstra)

- ▶ Wert: **push** auf Wertestapel
- ▶ Operator: **push** auf Operatorenstapel
- ▶ Linke Klammer: Ignorieren
- ▶ Rechte Klammer: **pop** Operator und zwei Werte
  - ▶ Operation auf Werte anwenden
  - ▶ **push** Resultat der Operation auf Wertestapel



Quelle: <https://algs4.cs.princeton.edu/lectures/13StacksAndQueues-2x2.pdf>

# Warum funktioniert das?

## Beobachtung:

- ▶ Nach Auswertung eines geklammerten Ausdrucks ist der Stack im selben Zustand wie wenn der Wert anstelle des Ausdrucks gestanden hätte.
  - ▶  $(1 + ((2 + 3) * (4 * 5)))$  wird zu  $(1 + (5 * (4 * 5)))$
  - ▶  $(1 + (5 * (4 * 5)))$  wird zu  $(1 + (5 * 20))$
  - ▶  $(1 + (5 * 20))$  wird zu  $(1 + 100)$
  - ▶  $(1 + 100)$  wird zu  $101$

## B3.4 Priority Queues



# Vorrangwarteschlangen (Priority Queue)

## Anwendung:

- ▶ Grösste Elemente müssen verarbeitet werden. Nicht alle auf einmal.

## Beispiele:

- ▶ Job-Scheduling (Elemente: Prioritäten von Prozessen)
- ▶ Numerische Berechnung: (Elemente: Berechnungsfehler, die zuerst zu beheben sind)
- ▶ Simulationssysteme (Elemente (Schlüssel): Ereigniszeiten)

# Priority Queue ADT

```
class MaxPQ[Item]:  
  
    # Element einfuegen  
    def insert(k : Item) -> None  
  
    # Groesstes Element zurueckgeben  
    def max() -> Item  
  
    # Groesstes Element entfernen und zurueckgeben  
    def delMax() -> Item  
  
    # Ist die Queue leer?  
    def isEmpty() -> bool  
  
    # Anzahl Elemente in der Priority Queue  
    def size() -> int
```

# Einfache Implementationen

## Arrayrepräsentation (ungeordnet)

- ▶ Insert: Schlüssel zu Array hinzufügen
- ▶ max: Suche grössten Schlüssel
  - ▶ - Swap mit letztem Element
  - ▶ - Siehe: Selection sort

## Arrayrepräsentation (geordnet)

- ▶ Insert: Schlüssel an richtiger Stelle im Array hinzufügen
  - ▶ - Siehe: Insertion sort
- ▶ max: Letztes Element in Array zurückgeben.

Datenstruktur	Einfügen	Grösstes Element entfernen
Ungeordnetes Array	1	$N$
Geordnetes Array	$N$	1

# Beispielclient

**Gegeben:** Sehr grosser Stream von  $N$  Elementen  $N$  so gross, dass Speichern nicht möglich ist.

**Gesucht:**  $M$  grösste Elemente.

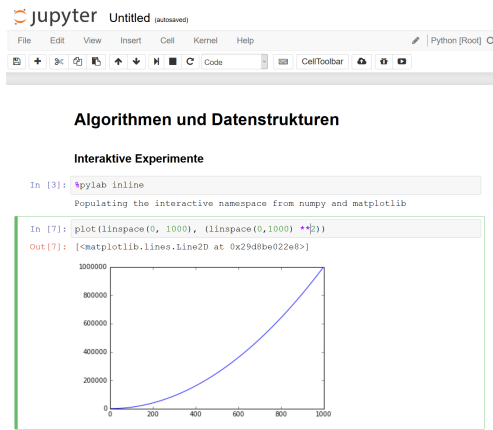
## Einfachste Implementierungen (Nicht praktikabel)

- ▶ Daten werden in Array gespeichert
- ▶ Daten werden sortiert und  $M$  grösste Elemente zurückgegeben

## Bessere Idee

Halte  $M$  grösste Elemente in Priority Queue.

# Implementation



IPython Notebooks: PQ.ipynb

# Komplexität Beispielclient

Implementation	Zeit	Speicher
Sortier-Client	$N \log N$	$N$
PQ (einfache Implementation)	$NM$	$M$

- Grosse Vorteile in Laufzeit und Speicherkomplexität wenn  $M \ll N$

# Ausblick: Heaps - Ideale Datenstruktur für Priority Queues

## Datenstruktur

Datenstruktur	Einfügen	Grösstes Element entfernen
Geordnetes Array	$N$	1
Ungeordnetes Array	1	$N$
Heap	$\log N$	$\log N$

## Testclient

Implementation	Zeit	Speicher
Sortier-Client	$N \log N$	$N$
PQ (einfache Implementation)	$NM$	$M$
Heap Implementation	$N \log M$	$M$