Algorithmen und Datenstrukturen

B1. Heap und Heapsort - Eine informelle Einführung

Marcel Lüthi and Gabriele Röger

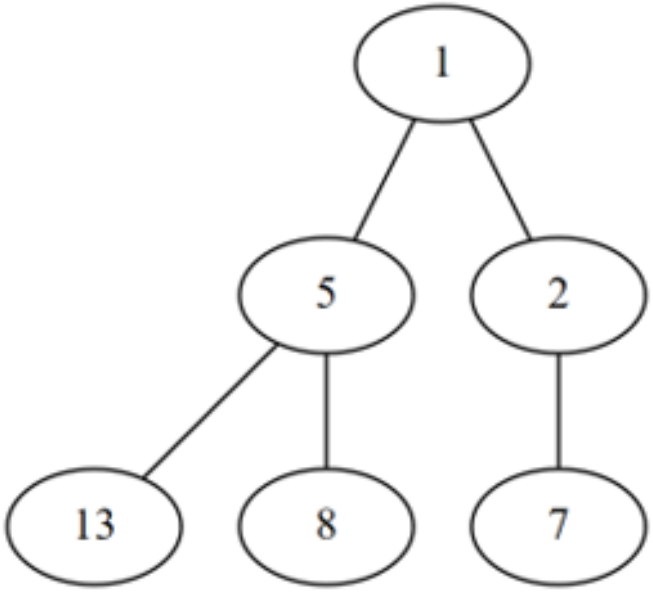
Universität Basel

31.03.2021

Datenstruktur Heap

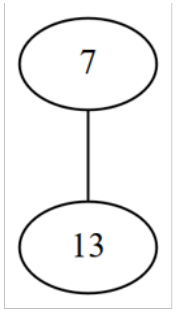
Heap

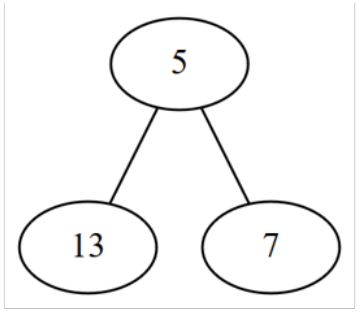
Ein (binärer) min-Heap ist ein vollständiger binärer Baum, bei dem gilt, dass der Wert in jedem Knoten kleiner gleich dem Wert seiner beiden Kindern (sofern vorhanden) ist.

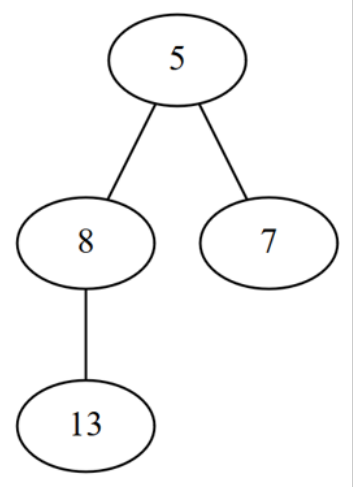


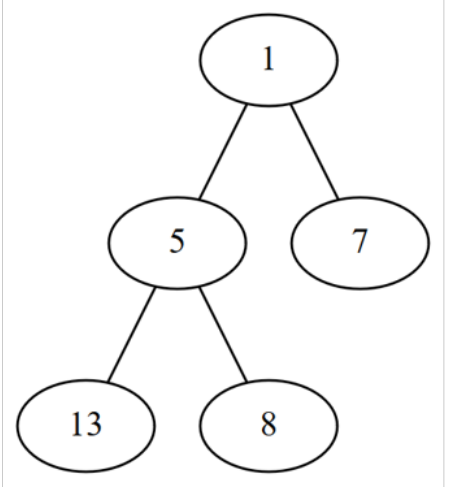
Aufbauen eines Heaps

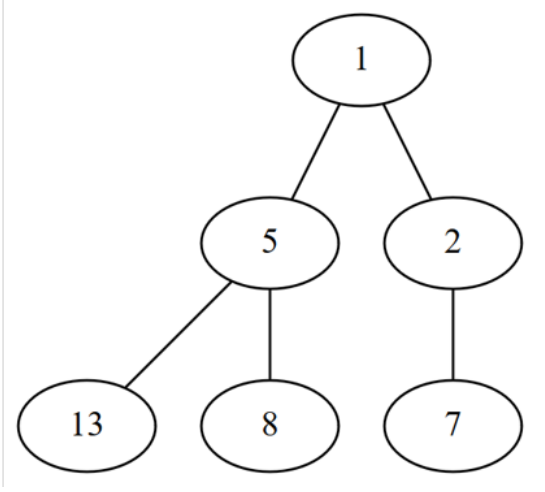
Elemente: 7, 13, 5, 8, 1, 2



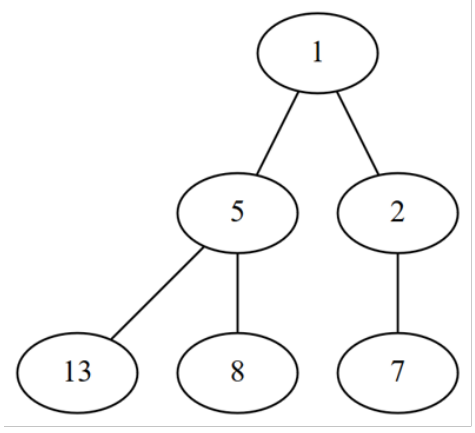


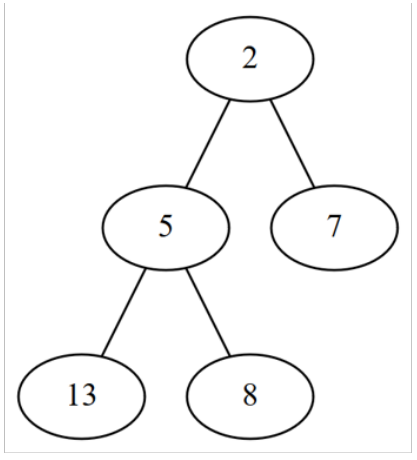


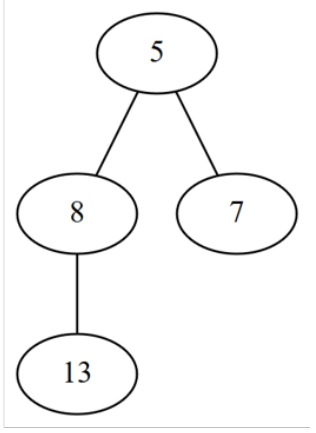


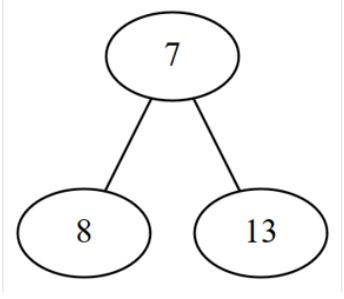


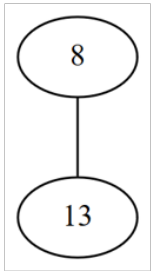
Entfernen des kleinsten Elements vom Heap

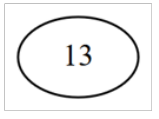












Beispiel: Sortieren mit Heaps (Ausblick)

Idee des Algorithmus:

- Baue Heap aus unsortierter Liste
- Solange Elemente im Heap sind
  - Entferne kleinstes Element (Wurzel)
  - Schreibe Element in (neue) Liste
  - Stelle Heapbedingung wieder her
- Neue Liste enthält Elemente in sortierter Reihenfolge

Heapsort: Gleiche Idee, aber inplace.

Sortieren mit Heaps

Offene Fragen:

- Wie schnell können wir Heap aus n unsortierten Elementen aufbauen?
- Wie schnell können wir Heapbedingung nach Entfernen wiederherstellen?
- Wie gross ist die gesamte Laufzeitkomplexität

Sortieren mit Heaps

Offene Fragen:

- Wie schnell können wir Heap aus n unsortierten Elementen aufbauen?
- Antwort: Naiv: In $O(n \log_2 n)$ Operationen. Trickreich: In $O(n)$
- Wie schnell können wir Heapbedingung nach Entfernen wiederherstellen?
- Antwort: In $O(\log_2 n)$ Operationen
- Wie gross ist die gesamte Laufzeitkomplexität
- Antwort: In $O(n \log_2 n)$ Operationen

Komplexität verschoben von Algorithmus nach Datenstruktur

Zusammenfassung

- Algorithmen und Datenstrukturen arbeiten zusammen
  - (Teil der) Komplexität kann verschoben werden
- Datenstrukturen können meist visualisiert/graphisch verstanden werden
- Oft gilt: Gute Datenstrukturen $\Rightarrow$ Einfach(ere) Programme

Details von Heapsort folgen ...