Theorie der Informatik

G. Röger
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2020

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 12

Abgabe: Mittwoch, 20. Mai 2020

Aufgabe 12.1 (Polynomielle Reduktion; 3 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden Entscheidungsprobleme:

HittingSet:

- *Gegeben:* endliche Menge M, Menge von Mengen $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$ mit $S_i \subseteq M$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, eine natürlich Zahl $k \in \mathbb{N}_0$
- *Gefragt:* Gibt es eine Menge H mit höchstens k Elementen, die aus jeder Menge aus $\mathcal{S}$ mindestens ein Element enthält?

  Formal: Gibt es eine Menge H mit $|H| \leq k$ und $H \cap S_i \neq \emptyset$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$?

VertexCover:

- *Gegeben:* ungerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}_0$
- *Gefragt:* Enthält G eine Knotenüberdeckung der Grösse k oder weniger, d. h., eine Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$ und $\{u, v\} \cap C \neq \emptyset$ für alle $\{u, v\} \in E$?

Beweisen Sie, dass HittingSet NP-hart ist. Sie dürfen dabei verwenden, dass das Problem VertexCover NP-vollständig ist.

Aufgabe 12.2 (Polynomielle Reduktion; 4 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden Entscheidungsprobleme:

IndSet:

- *Gegeben:* ungerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}_0$
- *Gefragt:* Enthält G eine unabhängige Menge der Grösse k oder mehr,
  d.h. eine Knotenmenge $I \subseteq V$ mit $|I| \geq k$ und $\{u, v\} \notin E$ für alle $u, v \in I$?

Hence, if there is such a hitting set of size at most k, there is a vertex cover of the required size.
SetPacking:

- *Gegeben:* endliche Menge M, Menge von Mengen $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$ mit $S_i \subseteq M$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}_0$
- *Gefragt:* Gibt es $\mathcal{S}' \subseteq \mathcal{S}$ mit $|\mathcal{S}'| \geq k$, so dass alle Mengen in $\mathcal{S}'$ paarweise disjunkt sind, d.h. für alle $S_i, S_j \in \mathcal{S}'$ mit $S_i \neq S_j$ gilt $S_i \cap S_j = \emptyset$?

Beweisen Sie, dass SetPacking NP-hart ist. Sie dürfen dabei verwenden, dass IndSet NP-vollständig ist.

Aufgabe 12.3 (Entscheidbarbeit und NP; 3 Punkte)
Beweisen Sie, dass keine unentscheidbare Sprache in NP liegen kann.