

Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2020

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 25. März 2020

Aufgabe 4.1 (Prädikatenlogik, 2 + 2 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass für beliebige prädikatenlogische Formeln φ und ψ gilt, dass

$$(\forall x\varphi \vee \forall x\psi) \models \forall x(\varphi \vee \psi).$$

- (b) Zeigen Sie, dass die folgende Äquivalenz im Allgemeinen *nicht* gilt.

$$(\forall x\varphi \vee \forall x\psi) \equiv \forall x(\varphi \vee \psi)$$

Geben Sie ein Gegenbeispiel mit folgender Signatur an: $\mathcal{S} = \langle \{x\}, \{\}, \{\}, \{P, Q\} \rangle$, wobei $ar(P) = ar(Q) = 1$.

Aufgabe 4.2 (Prädikatenlogik, 1 Punkt)

Bringen Sie folgende Formel durch Äquivalenzumformungen in Negationsnormalform, indem Sie die Negationssymbole mit den DeMorganschen Regeln oder den Äquivalenzen $\neg \forall x\varphi \equiv \exists x\neg\varphi$ und $\neg \exists x\varphi \equiv \forall x\neg\varphi$ nach innen schieben oder mit der Doppelnegation eliminieren.

$$\varphi = \neg \forall x((P(x) \vee \neg Q(x, c)) \wedge \exists y(P(x) \rightarrow Q(y, x)))$$

Aufgabe 4.3 (Formale Sprachen und Grammatiken, 1+3+1 Punkte)

Betrachten Sie folgende Sprache über $\{a, b, c\}$:

$$L = \{a^n b^m c^{2n} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$$

- (a) Ist ε ein Element von L ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (b) Geben Sie eine *vollständige Beschreibung* einer Grammatik G an, die L erzeugt (also mit $\mathcal{L}(G) = L$). Eine Grammatik ist ein 4-Tupel $G = \langle \Sigma, V, P, S \rangle$, denken Sie daran alle Komponenten des Tupels zu definieren.
- (c) In welchen Typen (in der Chomsky-Hierarchie) liegt Ihre Grammatik? Sie brauchen Ihre Antworten nicht beweisen.