

Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2020

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 11. März 2020

Aufgabe 2.1 (Äquivalenzen; 1.5+1.5 Punkte)

- (a) Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung um die folgende Formel in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\phi = (\neg(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow C)$$

- (b) Zeigen Sie, dass die folgende Formel eine Tautologie ist, indem Sie zeigen, dass $\phi \equiv (A \vee \neg A)$ gilt. Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung, wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\phi = (A \vee (\neg(A \wedge \neg(\neg A \wedge C)) \vee (A \wedge B)))$$

Aufgabe 2.2 (Inferenz; 1+1+1 Punkte + 1 Bonuspunkt)

Auf der Vorlesungsseite finden Sie ein Javaprogramm zum Überprüfen aussagenlogischer Beweise. Verwenden Sie das Programm, um die folgenden Aussagen zu beweisen. Für eine Aussage der Form $WB \models \varphi$, schreiben Sie dazu eine Ableitung in eine Textdatei, die nur Formeln aus WB als Annahmen verwendet und deren letzte Zeile φ ist. Ein Beispiel dafür finden Sie in der Datei `proof.txt`.

Das Programm überprüft, dass $WB \vdash \varphi$ gilt. Da der im Program verwendete Kalkül korrekt ist, folgt daraus auch $WB \models \varphi$.

- (a) $\{A, B\} \models ((A \wedge B) \vee C)$
(b) $\{(A \wedge B)\} \models (A \rightarrow (B \vee C))$
(c) $\{((A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow C)), A\} \models C$
(d) $\{((C \vee D) \leftrightarrow (A \wedge B)), \neg E, ((A \wedge B) \wedge (C \vee D)) \rightarrow E\} \models \neg(A \wedge B)$
Ergänzen Sie dazu den Kalkül um eine neue Regel *Negations-Einführung*:

$$\frac{(\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \rightarrow \neg\psi)}{\neg\varphi}$$

- (e) *Bonusaufgabe*: Um die Korrektheit des Kalküls zu beweisen muss die Korrektheit aller Regeln gezeigt werden. Zeigen Sie die Korrektheit der Regel *Negations-Einführung*.

Hinweis zur Abgabe: Geben Sie bitte pro Teilaufgabe eine Textdatei ab, welche die Ableitung enthält. Die Datei muss vom Programm lesbar sein und als korrekte Ableitung der Aussage erkannt werden. Die neu eingefügte Regel (*Negations-Einführung*) benötigt eine neue Zeile im Programm. Kopieren Sie diese Zeile auf Ihre reguläre Abgabe. Die Bonusaufgabe kann nicht mit dem Programm gelöst werden.

Beachten Sie bitte auch die Aufgaben auf der Rückseite.

Aufgabe 2.3 (Widerlegungstheorem; 2 Punkte)

Beweisen Sie das Widerlegungstheorem. Zeigen Sie also, dass für beliebige Formelmengen WB und Formeln φ folgendes gilt:

$$WB \cup \{\varphi\} \text{ ist unerfüllbar gdw. } WB \models \neg\varphi.$$

Aufgabe 2.4 (Widerlegungsvollständigkeit; 2 Punkte)

Sei P ein Computerprogramm, das als Eingabe eine Menge von aussagenlogischen Formeln nimmt, und ausgibt, ob die eingegebene Formelmenge unerfüllbar ist.

Wie können Sie P verwenden, um für eine Wissensbasis WB und eine aussagenlogische Formel φ zu entscheiden, ob

- (a) WB erfüllbar ist?
- (b) $WB \models \varphi$?
- (c) WB eine Tautologie ist?
- (d) WB falsifizierbar ist?