Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2020

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, 26. Februar 2020

Am 24. Februar lernen wir in der Vorlesung Wahrheitstafeln kennen. Bitte verwenden Sie sie *nicht* bei der Lösung dieses Übungsblatts.

Aufgabe 1.1 (Strukturelle Induktion; 3 Punkte)
Wir definieren für die Binärbäume aus der Vorlesung zwei Funktionen $\mathit{höhe} : \mathcal{B} \to \mathbb{N}_0$ und $\mathit{blätter} : \mathcal{B} \to \mathbb{N}_0$, die jeden Binärbaum $B \in \mathcal{B}$ auf seine Höhe $\mathit{höhe}(B)$ bzw. die Anzahl seiner Blätter $\mathit{blätter}(B)$ abbilden:

- $\mathit{höhe}(\square) = 0$
- $\mathit{höhe}((B_L, \bigcirc, B_R)) = \max(\mathit{höhe}(B_L), \mathit{höhe}(B_R)) + 1$
- $\mathit{blätter}(\square) = 1$
- $\mathit{blätter}((B_L, \bigcirc, B_R)) = \mathit{blätter}(B_L) + \mathit{blätter}(B_R)$

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion, dass für jeden Binärbaum $B \in \mathcal{B}$ gilt, dass

$$\mathit{blätter}(B) \leq 2^{\mathit{höhe}(B)}.$$

Aufgabe 1.2 (Formalisierung in Aussagenlogik; 0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)
Formalisieren Sie die folgenden Aussagen als aussagenlogische Formeln. Definieren Sie hierzu geeignete atomare Aussagen. Achten Sie darauf alle Formeln vollständig zu klammern.

(a) Wenn es nicht regnet, dann ist es warm.

(b) Wenn Bob schwimmen geht, dann isst er immer ein Eis und es regnet nicht.

(c) Bob geht genau dann schwimmen, wenn er Eis isst und es warm ist oder es nicht regnet.

(d) Entweder die Sonne scheint oder es regnet (aber nicht beides zusammen).

Aufgabe 1.3 (Semantik der Aussagenlogik; 2+2 Punkte)
Betrachten Sie die Formel $\varphi = ((A \land \neg B) \to (\neg A \lor \neg C))$ über $\{A, B, C\}$.

(a) Geben Sie ein Modell $\mathcal{I}$ für φ an und beweisen Sie, dass $\mathcal{I} \models \varphi$ gilt.

(b) Geben Sie eine Interpretation $\mathcal{I}$ an unter der φ falsch ist, und beweisen Sie dass $\mathcal{I} \not\models \varphi$ gilt.

Aufgabe 1.4 (Semantik der Aussagenlogik; 1 Punkte)
Seien φ und ψ aussagenlogische Formeln über die gleiche Menge von atomaren Aussagen A und sei $\mathcal{I}$ eine Interpretation für A. Zeigen Sie, dass $\mathcal{I} \models (\varphi \to \psi)$ gdw. $\mathcal{I} \not\models \varphi$ oder $\mathcal{I} \models \psi$.