Theorie der Informatik

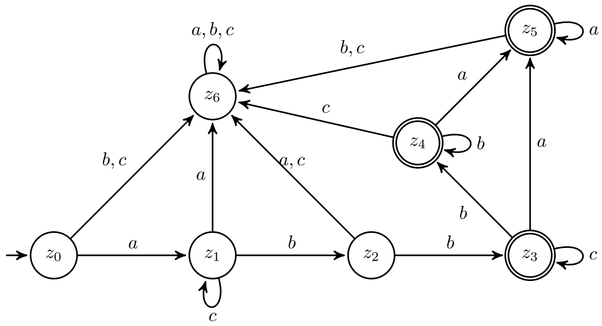
G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 4 — Lösungen

Aufgabe 4.1 (DFA und reguläre Grammatik; 2 + 2 Punkte)

Betrachten Sie folgenden DFA M:



(a) Welche Sprache akzeptiert der DFA?

Lösung:

$\mathcal{L}(M) = \{ac^{n_1}bbc^{n_2}b^{n_3}a^{n_4} \mid n_1, n_2, n_3, n_4 \geq 0\}$

(b) Geben Sie eine *reguläre* Grammatik an, die die gleiche Sprache erzeugt.

Lösung:

Wir konstruieren eine Grammatik wie in dem Beweis auf Folie 13 Foliensatz C02 beschrieben. Da man von Zustand z_6 keinen Endknoten erreichen kann, können wir alle Regeln, die die entsprechende Variable enthalten, direkt weglassen. Zudem wenden wir die Tranformationen von Folie 5/6 Foliensatz C02 an, um die nicht-regulären ε-Regeln zu entfernen. Das Ergebnis ist die reguläre Grammatik $G = (\{a, b, c\}, \{A_0, \dots, A_5\}, P, A_0)$ mit den folgenden Regeln in P:

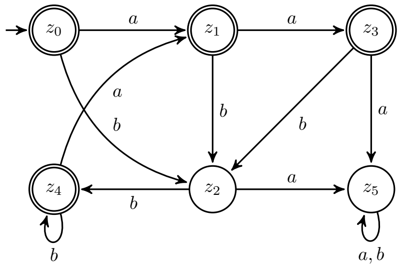
$$
\begin{array}{llll}
A_0 \to aA_1 & A_1 \to cA_1 & A_1 \to bA_2 & A_2 \to bA_3 \\
A_2 \to b & A_3 \to cA_3 & A_3 \to c & A_3 \to aA_5 \\
A_3 \to a & A_3 \to bA_4 & A_3 \to b & A_4 \to bA_4 \\
A_4 \to b & A_4 \to aA_5 & A_4 \to a & A_5 \to aA_5 \\
A_5 \to a & & &
\end{array}
$$

Aufgabe 4.2 (DFAs; 2 Punkte)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten für die Sprache der Wörter über $\Sigma = \{a, b\}$ an, wobei die Wörter folgende Eigenschaft aufweisen:

Falls ein a am Wortanfang steht oder das a nach einem b gelesen wird, darf höchstens ein weiteres a direkt folgen. Falls ein b am Wortanfang steht oder das b nach einem a gelesen wird, muss mindestens ein weiteres b direkt folgen.

Lösung:



Aufgabe 4.3 (reguläre Grammatik und NFA; 1+1 Punkte)
Betrachten Sie die Sprache $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ endet mit 01 oder mit 10}\}$.

(a) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die L erzeugt.

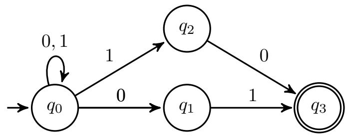
Lösung:

$G = \langle \{0,1\}, \{S, A, B\}, P, S\rangle$, wobei P die folgenden Regeln enthält:

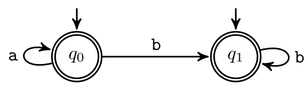
$$\begin{aligned} S &\to 0S \mid 1S \mid 0A \mid 1B \\ A &\to 1 \\ B &\to 0 \end{aligned}$$

(b) Geben Sie das Zustandsdiagramm für einen NFA mit höchstens vier Zuständen an, der die Sprache L akzeptiert.

Lösung:



Aufgabe 4.4 (NFAs; 0.5+1.5 Punkte)
Betrachten Sie folgenden nichtdeterministischen, endlichen Automaten M:



(a) Welche Sprache $\mathcal{L}(M)$ akzeptiert M?

Lösung:

$\mathcal{L}(M) = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid m, n \geq 0\}$

(b) Verwenden Sie die Konstruktion aus dem Beweis des Satzes von Rabin und Scott, um einen DFA anzugeben, der die gleiche Sprache akzeptiert.

Lösung: