

Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 10

Abgabe: Mittwoch, 8. Mai 2019

Aufgabe 10.1 (1+1+1.5+1.5 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Geben Sie in jedem Fall einen kurzen Beweis an (2–3 Sätze genügen).

- Sei X ein NP-hartes Problem und Y ein Problem, für das $X \leq_p Y$ gilt. Dann ist Y NP-hart.
- Sei X ein NP-hartes Problem. Wenn für X ein deterministischer polynomieller Algorithmus existiert, dann existiert auch für `DIRHAMILTONCYCLE` ein deterministischer polynomieller Algorithmus.
- Es gibt NP-vollständige Probleme X und Y , so dass für X ein deterministischer polynomieller Algorithmus existiert, aber nicht für Y .
- Sei $Y \subseteq \Sigma^*$ ein beliebiges Problem mit $Y \neq \emptyset$ und $Y \neq \Sigma^*$. Für alle $X \in P$ gilt $X \leq_p Y$.

Aufgabe 10.2 (Polynomielle Reduktion, 4 + 1 Punkte)

Ein *Hamiltonpfad* ist analog zu einem Hamiltonkreis definiert (vgl. Kapitel E1), nur dass ein einfacher Pfad statt eines Kreises gesucht ist. Genauer: ein Hamiltonpfad in einem gerichteten Graphen $\langle V, E \rangle$ ist eine Knotenfolge $\pi = \langle v_1, \dots, v_n \rangle$, die einen Pfad definiert ($\langle v_i, v_{i+1} \rangle \in E$ für alle $1 \leq i < n$) und jeden Knoten des Graphen genau einmal enthält.

Betrachten Sie das Entscheidungsproblem `DIRHAMILTONPATH`:

- *Gegeben*: gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$
 - *Gefragt*: Enthält G einen Hamiltonpfad?
- Beweisen Sie, dass `DIRHAMILTONPATH` NP-hart ist. Sie dürfen dabei verwenden, dass das Problem `DIRHAMILTONCYCLE` NP-vollständig ist.
 - Ist `DIRHAMILTONPATH` NP-vollständig? Begründen Sie ihre Antwort.