

# Theorie der Informatik

G. Röger  
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel  
Fachbereich Informatik

## Übungsblatt 9

Abgabe: Mittwoch, 1. Mai 2019

### Aufgabe 9.1 (Satz von Rice, 0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)

Bei welchen der folgenden Sprachen zeigt der Satz von Rice, dass die Sprache unentscheidbar ist? Geben Sie für Sprachen, bei denen der Satz von Rice verwendet werden kann, jeweils die Teilmenge von Turing-berechenbaren Funktionen  $\mathcal{S}$  an, für die Sie den Satz anwenden.

*Hinweis:* Sie müssen keine Beweise angeben. Wenn der Satz von Rice anwendbar ist, geben Sie die Menge  $\mathcal{S}$  an. Andernfalls geben Sie eine kurze Begründung (1 Satz) an, warum der Satz von Rice nicht anwendbar ist.

- (a)  $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ berechnet die zweistellige Multiplikationsfunktion}\}$
- (b)  $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{Die Ausgabe von } M_w \text{ gestartet auf dem leeren Band enthält } 0101\}$
- (c)  $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ hält für mindestens eine Eingabe nach mehr als 10 Schritten mit einer gültigen Ausgabe}\}$
- (d)  $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ berechnet eine zweistellige Funktion über den natürlichen Zahlen}\}$

### Aufgabe 9.2 (Nichtdeterministische Algorithmen, 2.5 Punkte)

Betrachten Sie das Entscheidungsproblem VERTEXCOVER:

- *Gegeben:* ungerichteter Graph  $G = \langle V, E \rangle$ , Zahl  $K \in \mathbb{N}_0$
- *Gefragt:* Hat  $G$  eine Knotenüberdeckung der Grösse höchstens  $K$ , also eine Menge von Knoten  $S \subseteq V$  mit  $|S| \leq K$  und  $\{u, v\} \cap S \neq \emptyset$  für alle  $\{u, v\} \in E$ ?

Geben Sie einen nichtdeterministischen Algorithmus für VERTEXCOVER an, dessen Laufzeit polynomiell in der Eingabegrösse ist. Begründen Sie, warum der Algorithmus korrekt ist und seine Laufzeit polynomiell ist.

### Aufgabe 9.3 (Nichtdeterministische Algorithmen, 2.5+3 Punkte)

Betrachten Sie das Entscheidungsproblem CLIQUE:

- *Gegeben:* ungerichteter Graph  $G = \langle V, E \rangle$ , Zahl  $K \in \mathbb{N}_0$
  - *Gefragt:* Enthält  $G$  eine Clique der Grösse  $K$ , also eine Menge von Knoten  $C \subseteq V$  mit  $|C| \geq K$  und  $\{u, v\} \in E$  für alle  $u, v \in C$  mit  $u \neq v$ ?
- (a) Geben Sie einen nichtdeterministischen Algorithmus für CLIQUE an, dessen Laufzeit durch ein Polynom in  $|V| + |E|$  beschränkt ist. Begründen Sie, warum die Laufzeit des Algorithmus polynomiell ist.
- (b) Geben Sie einen deterministischen Algorithmus für CLIQUE an und schätzen Sie seine Laufzeit in  $O$ -Notation ab.

Sie dürfen bei Ihrer Lösung für Aufgabe 2 und 3 beliebige übliche Programmierkonzepte verwenden. Es ist ausreichend high-level Pseudocode anzugeben, solange klar ist, dass jeder einzelne Schritt in polynomieller Zeit ausgeführt werden kann. Verwenden Sie die in der Vorlesung beschriebenen GUESS-Anweisungen für nichtdeterministische Anweisungen.