

# Theorie der Informatik

G. Röger  
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel  
Fachbereich Informatik

## Übungsblatt 7

Abgabe: Montag, 22. April 2019

**Aufgabe 7.1** (Komposition berechenbarer Funktionen ist berechenbar; 2 Punkte)

Seien  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  und  $g : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  Turing-berechenbare partielle Funktionen für ein Alphabet  $\Sigma$ . Zeigen Sie, dass dann auch die *Komposition*  $(f \circ g) : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  Turing-berechenbar ist.

Die Komposition zweier Funktionen ist allgemein definiert als  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ . Der Funktionswert ist insbesondere auch undefiniert, wenn  $g(x)$  undefiniert ist.

**Aufgabe 7.2** (Aufzählungsfunktionen; 1.5+1.5 Punkte)

Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Geben Sie totale und berechenbare Funktionen  $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \Sigma^*$  an, die die folgenden Sprachen rekursiv aufzählen.

(a)  $L_1 = \{a^x b^y \mid x, y \in \mathbb{N}_0\}$

(b)  $L_2 = L_A \cup L_B$  wobei  $L_A$  und  $L_B$  Sprachen über  $\Sigma$  sind, die von den Funktionen  $f_A$  und  $f_B$  rekursiv aufgezählt werden.

**Aufgabe 7.3** (Entscheidbarkeit und Semi-Entscheidbarkeit; 0.5+0.5+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? Geben Sie einen kurzen Beweis (1 Satz) oder ein Gegenbeispiel an. Sie dürfen alle Ergebnisse der Vorlesung verwenden.

- (a) Jede entscheidbare Sprache ist vom Typ 0.
- (b) Wenn  $A$  entscheidbar ist, ist auch  $\bar{A}$  entscheidbar.
- (c) Jede Sprache, die von einer Turingmaschine akzeptiert wird, ist entscheidbar.
- (d) Jede Sprache, die durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden kann, ist entscheidbar.
- (e) Jede entscheidbare Sprache ist kontextfrei.