

# Theorie der Informatik

G. Röger  
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel  
Fachbereich Informatik

## Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 6. März 2019

**Aufgabe 2.1** (Semantik; 0.5+0.5+1+1+1 Punkte)

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel  $\varphi$  über  $\{A, B, C, D, E, F\}$ :

$$\varphi = ((F \vee ((\neg B \leftrightarrow ((C \wedge A) \rightarrow \neg B)) \vee (D \rightarrow E))) \rightarrow (A \rightarrow \neg F))$$

- Wieviele Zeilen hätte eine Wahrheitstafel für  $\varphi$ ?
- Die Formel  $\varphi$  ist eine Implikation. Geben Sie zuerst eine Wahrheitstafel für das allgemeine Schema einer Implikation ( $\varphi \rightarrow \psi$ ) an (siehe Kapitel B1, Folie 30). Achtung: die gefragte Wahrheitstafel ist **nicht** die Wahrheitstafel von  $\varphi$ .
- Geben Sie nun ein Modell  $\mathcal{I}$  für  $\varphi$  an und beweisen Sie ohne Wahrheitstafel, dass  $\mathcal{I} \models \varphi$  gilt.
- Geben Sie eine Belegung  $\mathcal{I}$  an, für die  $\mathcal{I} \not\models \varphi$  gilt und beweisen Sie diese Aussage ohne Wahrheitstafel.
- Welche der Eigenschaften *erfüllbar*, *unerfüllbar*, *gültig*, und *falsifizierbar* hat  $\varphi$ ? Begründen Sie Ihre Antwort für jede der vier Eigenschaften.

*Hinweis:* Die Beweise, die Sie in dieser Aufgabe brauchen sind kurz (4 bzw. 6 Schritte). Wenn Sie deutlich mehr Schritte brauchen, überlegen Sie, ob es einen einfacheren Beweis gibt. Die Lösung von Teilaufgabe (b) kann dabei helfen Anforderungen an  $\mathcal{I}$  zu identifizieren?

**Aufgabe 2.2** (Äquivalenzen; 1.5+1.5 Punkte)

- Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung um die folgende Formel in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = ((A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg C)$$

- Zeigen Sie, dass die folgende Formel unerfüllbar ist, indem Sie zeigen, dass  $\varphi \equiv (A \wedge \neg A)$  gilt. Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung, wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = \neg((A \wedge (\neg B \rightarrow A)) \vee \neg A)$$

**Aufgabe 2.3** (Logische Konsequenz; 1.5+1.5 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Formelmengemenge über  $\{A, B, C\}$ .

$$WB = \{(A \rightarrow \neg C), (A \vee \neg B), (\neg A \vee C)\}$$

- Gibt es ein Modell  $\mathcal{I}$  von WB, das auch ein Modell der Formel  $\varphi = (A \vee B)$  ist? Beweisen Sie Ihre Aussage.
- Zeigen Sie, dass alle Modelle  $\mathcal{I}$  von WB, auch Modelle der Formel  $\varphi = (\neg B \vee C)$  sind.