

Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 6. März 2019

Aufgabe 2.1 (Semantik; 0.5+0.5+1+1+1 Punkte)

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel φ über $\{A, B, C, D, E, F\}$:

$$\varphi = ((F \vee ((\neg B \leftrightarrow ((C \wedge A) \rightarrow \neg B)) \vee (D \rightarrow E))) \rightarrow (A \rightarrow \neg F))$$

- (a) Wieviele Zeilen hätte eine Wahrheitstafel für φ ?
- (b) Die Formel φ ist eine Implikation. Geben Sie zuerst eine Wahrheitstafel für das allgemeine Schema einer Implikation $(\varphi \rightarrow \psi)$ an (siehe Kapitel B1, Folie 30). Achtung: die gefragte Wahrheitstafel ist **nicht** die Wahrheitstafel von φ .
- (c) Geben Sie nun ein Modell \mathcal{I} für φ an und beweisen Sie ohne Wahrheitstafel, dass $\mathcal{I} \models \varphi$ gilt.
- (d) Geben Sie eine Belegung \mathcal{I} an, für die $\mathcal{I} \not\models \varphi$ gilt und beweisen Sie diese Aussage ohne Wahrheitstafel.
- (e) Welche der Eigenschaften *erfüllbar*, *unerfüllbar*, *gültig*, und *falsifizierbar* hat φ ? Begründen Sie Ihre Antwort für jede der vier Eigenschaften.

Hinweis: Die Beweise, die Sie in dieser Aufgabe brauchen sind kurz (4 bzw. 6 Schritte). Wenn Sie deutlich mehr Schritte brauchen, überlegen Sie, ob es einen einfacheren Beweis gibt. Die Lösung von Teilaufgabe (b) kann dabei helfen Anforderungen an \mathcal{I} zu identifizieren?

Aufgabe 2.2 (Äquivalenzen; 1.5+1.5 Punkte)

- (a) Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung um die folgende Formel in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = ((A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg C)$$

- (b) Zeigen Sie, dass die folgende Formel unerfüllbar ist, indem Sie zeigen, dass $\varphi \equiv (A \wedge \neg A)$ gilt. Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung, wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = \neg((A \wedge (\neg B \rightarrow A)) \vee \neg A)$$

Aufgabe 2.3 (Logische Konsequenz; 1.5+1.5 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Formelmenge über $\{A, B, C\}$.

$$WB = \{(A \rightarrow \neg C), (A \vee \neg B), (\neg A \vee C)\}$$

- (a) Gibt es ein Modell \mathcal{I} von WB , das auch ein Modell der Formel $\varphi = (A \vee B)$ ist? Beweisen Sie Ihre Aussage.
- (b) Zeigen Sie, dass alle Modelle \mathcal{I} von WB , auch Modelle der Formel $\varphi = (\neg B \vee C)$ sind.