Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Präsenzaufgaben 5 — Lösungen

Aufgabe 5.1

Geben Sie eine Grammatik G' in Chomsky-Normalform an, die dieselbe Sprache erzeugt wie die kontextfreie Grammatik $G = \langle \Sigma, V, P, S \rangle$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, X, Y, Z\}$ und den folgenden Regeln in P:

$$S \to \varepsilon \quad S \to XZ \quad S \to Y \quad X \to Z \quad X \to aYa$$
$$Y \to bb \quad Y \to bY \quad Z \to X \quad Z \to bZ$$

Lösung:

Schritt 1: Eliminiere Regeln der Form $A \to B$ (wobei $A, B \in V$).
Zuerst eliminieren wir den Zyklus: $X \to Z$ und $Z \to X$.

$$S \to \varepsilon \quad S \to \boldsymbol{RR} \quad S \to Y \quad \boldsymbol{R} \to aYa$$
$$Y \to bb \quad Y \to bY \quad \boldsymbol{R} \to b\boldsymbol{R}$$

Dann definieren eine strenge Totalordnung $<$ auf den Variablen, so dass $A \to B \in P$ impliziert, dass $A < B$. Die einzige solche Regel ist $S \to Y$, daher können wir z.B. $S < R < Y$ verwenden. Bei der Iteration von der grössten zur kleinsten Variable müssen wir nur etwas ändern, wenn wir S erreichen: wir ersetzen $S \to Y$ mit entsprechenden direkten Regeln.

$$S \to \varepsilon \quad S \to RR \quad \boldsymbol{S \to bb} \quad \boldsymbol{S \to bY}$$
$$R \to aYa \quad Y \to bb \quad Y \to bY \quad R \to bR$$

Schritt 2: Eliminiere Regeln mit Terminalzeichen, die nicht die Form $A \to a$ haben.

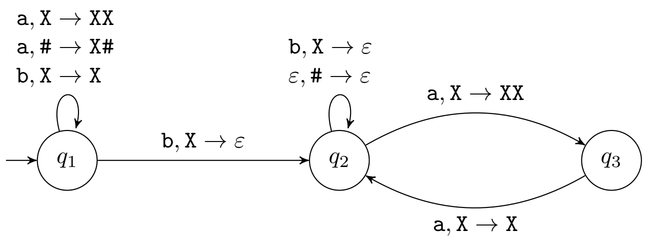
$$S \to \varepsilon \quad S \to RR \quad S \to \boldsymbol{BB} \quad S \to \boldsymbol{B}Y \quad R \to \boldsymbol{A}Y\boldsymbol{A}$$
$$Y \to \boldsymbol{BB} \quad Y \to \boldsymbol{B}Y \quad R \to \boldsymbol{B}R \quad \boldsymbol{A \to a} \quad \boldsymbol{B \to b}$$

Schritt 3: Eliminiere Regeln der Form $A \to B_1 B_2 \dots B_k$ mit $k > 2$. Wir haben eine solche Regel: $R \to AYA$.
Dies resultiert in der Grammatik $G' = \langle \Sigma, V', P', S \rangle$ mit dem Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b\}$, den Variablen $V' = \{S, R, Y, A, B, K\}$ und den folgenden Regeln in P':

$$S \to \varepsilon \quad S \to RR \quad S \to BB \quad S \to BY \quad R \to A\boldsymbol{K} \quad \boldsymbol{K} \to YA$$
$$Y \to BB \quad Y \to BY \quad R \to BR \quad A \to a \quad B \to b$$

Aufgabe 5.2

(a) Betrachten Sie den PDA $M = \langle \{q_1, q_2, q_3\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{X}, \mathtt{\#}\}, \delta, q_1, \mathtt{\#}\rangle$ mit der folgenden Übergangsfunktion δ:



Beweisen Sie, dass M das Wort `aababbaabb` erkennt, indem Sie eine Folge von Konfigurationen angeben, wie in Kapitel C5 definiert.

Lösung:

Die folgenden Konfigurationen zeigen, dass M das Wort akzeptiert.

$$\langle q_1, \mathtt{aababbaabb}, \mathtt{\#}\rangle \vdash \langle q_1, \mathtt{ababbaabb}, \mathtt{X\#}\rangle \vdash \langle q_1, \mathtt{babbaabb}, \mathtt{XX\#}\rangle \vdash \langle q_1, \mathtt{abbaabb}, \mathtt{XX\#}\rangle$$
$$\vdash \langle q_1, \mathtt{bbaabb}, \mathtt{XXX\#}\rangle \vdash \langle q_2, \mathtt{baabb}, \mathtt{XX\#}\rangle \vdash \langle q_2, \mathtt{aabb}, \mathtt{X\#}\rangle \vdash \langle q_3, \mathtt{abb}, \mathtt{XX\#}\rangle \vdash \langle q_2, \mathtt{bb}, \mathtt{XX\#}\rangle$$
$$\vdash \langle q_2, \mathtt{b}, \mathtt{X\#}\rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon, \mathtt{\#}\rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon, \varepsilon\rangle$$

(b) Geben Sie einen PDA an, der die Sprache $L = \{(\mathtt{ab})^n \mathtt{c}\mathtt{a}^n\mathtt{c} \mid n \geq 0\}$ über $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ akzeptiert.

Lösung:

Der PDA $M = \langle \{q_1, q_2, q_3\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \{\mathtt{N}, \mathtt{\#}\}, \delta, q_1, \mathtt{\#}\rangle$ akzeptiert L wenn δ wie folgt definiert ist: