Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Präsenzaufgaben 4 — Lösungen

Aufgabe 4.1

Betrachten Sie die folgenden regulären Ausdrücke über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie jeweils zwei Wörter an, die in der entsprechenden Sprache liegen und jeweils zwei Wörter über Σ, die nicht in der entsprechenden Sprache liegen.

(a) $0|1^*|1\emptyset 0$

Lösung:

In der Sprache liegen 0 und 11, nicht in der Sprache sind z.B. 10 und `1101`.

(b) $1^*(\epsilon|0)(01)^*$

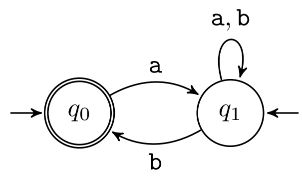
Lösung:

In der Sprache liegen 01 und 111001, nicht in der Sprache sind z.B. 100 und 11010.

Aufgabe 4.2

Wir betrachten reguläre Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(a) Listen Sie alle Gründe auf, weshalb der folgende endliche Automat ein NFA, aber kein DFA ist.



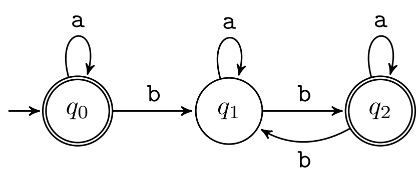
Lösung:

- zwei Startzustände
- kein Übergang von q_0 mit b
- zwei Übergänge von q_1 mit b (zu q_1 und q_0)

(b) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten für die Sprache aller Wörter über Σ an, in welchen eine gerade Anzahl `b`s vorkommt.

Lösung:

Dies ist eine von mehreren möglichen Lösungen:



Aufgabe 4.3

Sind die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}, \mathtt{d}\}$ regulär? Falls ja, beweisen Sie es, indem Sie einen regulären Ausdruck angeben, der die Sprache beschreibt. Falls nein, beweisen Sie es mit dem Pumping-Lemma.

(a) $L_1 = \{\mathtt{ab}^n\mathtt{c}^m\mathtt{d}^2 \mid n, m \in \mathbb{N}_0\}$

Lösung:

L_1 ist regulär, da sie von dem regulären Ausdruck $\mathtt{ab}^*\mathtt{c}^*\mathtt{dd}$ beschrieben wird.

(b) $L_2 = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid w \text{ enthält genau so viele } \mathtt{a}s \text{ wie } \mathtt{b}s\}$

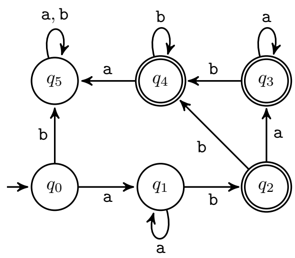
Lösung:

Angenommen L_2 ist regulär. Dann sei p eine Pumpingzahl von L_2. Das Wort $w = \mathtt{a}^p\mathtt{b}^p$ ist in L_2 und erfüllt $|w| \geq p$. Vom Pumping-Lemma wissen wir, dass es Wörter x, y und z gibt mit $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| \geq 1$ und für alle $i \geq 0 : xy^iz \in L_2$.

Aus $|xy| \leq p$ können wir schliessen, dass xy nur aus $\mathtt{a}$s besteht. Wenn wir w mit $i = 0$ kleiner pumpen, dann erhalten wir das Wort $w_0 := xy^0z = \mathtt{a}^{p-|y|}\mathtt{b}^p$. Wegen $|y| \geq 1$ wissen wir, dass $p - |y| < p$ und sehen, dass w_0 mehr $\mathtt{b}$s als $\mathtt{a}$s enthalten muss und somit $w_0 \notin L_2$. Dies ist ein Widerspruch zum Pumping-Lemma und deshalb kann L_2 nicht regulär sein.

Aufgabe 4.4

Betrachten Sie folgenden DFA M:



(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der $\mathcal{L}(M)$ beschreibt.

Lösung:

$\mathtt{aa}^*\mathtt{ba}^*\mathtt{b}^*$

(b) Geben Sie das Zustandsdiagramm eines NFA mit höchstens 4 Zuständen an, der die gleiche Sprache akzeptiert.

Lösung: