

Theorie der Informatik

G. Röger
Frühjahrssemester 2019

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Präsenzaufgaben 3 — Lösungen

Aufgabe 3.1

Betrachten Sie die Grammatik $G = \langle \Sigma, V, P, S \rangle$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A, B\}$ und den folgenden Regeln in der Menge P :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABB \\ S &\rightarrow \varepsilon \\ AB &\rightarrow AABBB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

Welche Typen hat G in der Chomsky-Hierarchie? Was ist $\mathcal{L}(G)$? Beschreiben Sie die Sprache so einfach wie möglich.

Lösung:

Diese Grammatik ist kontextsensitiv und von Typ 0. Sie ist jedoch nicht kontext-frei (wegen Regel $AB \rightarrow AABBB$) und damit auch nicht regulär.

$$\mathcal{L}(G) = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$$

Aufgabe 3.2

Geben Sie eine *vollständige Beschreibung* einer Grammatik an, die die Sprache L erzeugt, die genau alle Zahlen aus \mathbb{N}_0 als Strings im Dezimalsystem enthält. Das heisst, L enthält die 0 und jedes nicht-leere Wort über $\{0, 1, \dots, 9\}$, das nicht mit 0 beginnt.

Eine Grammatik ist ein 4-Tupel $G = \langle \Sigma, V, P, S \rangle$, denken Sie daran alle Komponenten des Tupels zu definieren. Welche Typen hat Ihre Grammatik in der Chomsky-Hierarchie?

Lösung:

$G = \langle \{0, 1, \dots, 9\}, \{S, D, P\}, R, S \rangle$ mit den folgenden Produktionsregeln R :

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow 0 & S \rightarrow P & S \rightarrow PD \\ D \rightarrow DD & D \rightarrow P & D \rightarrow 0 \\ P \rightarrow 1 & P \rightarrow 2 & P \rightarrow 3 \\ P \rightarrow 4 & P \rightarrow 5 & P \rightarrow 6 \\ P \rightarrow 7 & P \rightarrow 8 & P \rightarrow 9 \end{array}$$

Diese Grammatik ist kontextfrei und damit auch kontextsensitiv und von Typ 0. Sie ist jedoch nicht regulär (z.B. wegen Regel $S \rightarrow PD$).