Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe: Sonntag, 19. März 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit LaTeX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 3.1 (Äquivalenzen; 2+2 Punkte)

(a) Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung um die folgende Formel in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\phi = (\neg(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow C)$$

(b) Zeigen Sie, dass die folgende Formel eine Tautologie ist, indem Sie zeigen, dass $\phi \equiv (A \vee \neg A)$ gilt. Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung, wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\phi = (A \vee (\neg(A \wedge \neg(\neg A \wedge C)) \vee (A \wedge B)))$$

Aufgabe 3.2 (Formelmengen; 2.5+2.5 Punkte)
Betrachten Sie die folgende Formelmenge:

$$\mathrm{KB} = \{(A \vee C), (B \vee \neg C), (C \rightarrow \neg B)\}$$

(a) Gibt es ein Modell $\mathcal{I}$ von KB, das auch ein Modell der Formel $\phi = (C \vee \neg A)$ ist? Beweisen Sie Ihre Aussage.

(b) Zeigen Sie, dass alle Modelle $\mathcal{I}$ von KB auch Modelle der Formel $\phi = (A \vee B)$ sind.

Aufgabe 3.3 (Prädikatenlogik; 3 Punkte)
Betrachten Sie die folgende prädikatenlogische Formel φ über der Signatur $\langle\{x, y\}, \{\mathrm{c}\}, \{\mathrm{f}, \mathrm{g}\}, \{\mathrm{P}\}\rangle$:

$$\varphi = (\exists x\,(\mathrm{P}(x) \wedge \neg\mathrm{P}(\mathrm{f}(x))) \wedge \forall x\,\neg(\mathrm{g}(x, y) = \mathrm{c}))$$

Geben Sie eine Variablenbelegung α und ein Modell $\mathcal{I} = \langle U, \cdot^{\mathcal{I}}\rangle$ von φ an mit $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ und $\mathrm{g}^{\mathcal{I}}(x, y) = y$ für alle $x, y \in U$. *Beweisen* Sie, dass $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$.