

Theorie der Informatik (CS 206)

M. Helmert, G. Röger
Frühjahrssemester 2014

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 12

Abgabe: 21. Mai

Hinweis: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 12.1 (P vs. NP, 1.5+1.5+1.5+1.5 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Geben Sie in jedem Fall einen kurzen Beweis an (2–3 Sätze genügen).

- Sei X ein NP-vollständiges Problem. Wenn für X ein polynomieller Algorithmus existiert, dann existiert für DIRHAMILTONCYCLE ein polynomieller Algorithmus.
- Es gibt NP-vollständige Probleme X und Y , so dass für X ein deterministischer polynomieller Algorithmus existiert, aber nicht für Y .
- Sei $X \in P$ und sei $Y \subseteq \Sigma^*$ ein beliebiges Problem mit $Y \neq \emptyset$ und $Y \neq \Sigma^*$. Dann gilt $X \leq_p Y$.
- Sei X ein NP-hartes Problem und gelte $X \leq_p Y$. Dann ist Y NP-hart.

Aufgabe 12.2 (polynomielle Reduktionen, 2+2 Punkte)

Ein *Hamiltonpfad* ist analog zu einem Hamiltonkreis definiert (vgl. Abschnitt 18.3), nur dass ein einfacher Pfad statt einem Kreis gesucht ist. Genauer: ein Hamiltonpfad in einem (gerichteten oder ungerichteten) Graphen $\langle V, E \rangle$ ist eine Knotenfolge $\pi = v_1, \dots, v_n$, die einen Pfad definiert ($\langle v_i, v_{i+1} \rangle \in E$ für alle $1 \leq i < n$) und jeden Knoten des Graphen genau einmal enthält.

Betrachten Sie die folgenden Entscheidungsprobleme:

DIRHAMILTONCYCLE:

- *Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$
- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonkreis?

DIRHAMILTONPATH:

- *Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$
- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad?

- Beweisen Sie DIRHAMILTONCYCLE \leq_p DIRHAMILTONPATH.
- Beweisen Sie DIRHAMILTONPATH \leq_p DIRHAMILTONCYCLE.