# Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

## 36. Handlungsplanung: Landmarken

Malte Helmert

Universität Basel

16. Mai 2014

# Planungsheuristiken

Wir besprechen drei Kernideen für allgemeine Heuristiken:

- Delete-Relaxierung
- Abstraktion
- Landmarken $\rightsquigarrow$ heute

# Planungsheuristiken

Wir besprechen drei Kernideen für allgemeine Heuristiken:

- Delete-Relaxierung
- Abstraktion
- Landmarken $\rightsquigarrow$ heute

**Grundidee Landmarken**

Landmarke = etwas (z.B. eine Aktion),
das Bestandteil jeder Lösung sein muss.

Schätze Lösungskosten durch Anzahl unerreichter Landmarken ab.

# Handlungsplanung: Überblick

Kapitelüberblick:

- 30. Einführung
- 31. Planungsformalismen
- 32.–33. Planungsheuristiken: Delete-Relaxierung
- 34.–35. Planungsheuristiken: Abstraktion
- 36.–37. Planungsheuristiken: Landmarken
  - 36. Landmarken
  - 37. Landmarken-Heuristiken

# Delete-Relaxierung

# Landmarken und Delete-Relaxierung

- In diesem Kapitel lernen wir eine weitere wichtige Technik zur Herleitung von Heuristiken kennen: Landmarken.
- Wir beschränken uns auf delete-freie Planungsaufgaben:
  - wir berechnen zunächst die Delete-Relaxierung $\Pi^+$ der Planungsaufgabe $\Pi$
  - und wenden dann Landmarken-Heuristiken auf $\Pi^+$ an.
- Daher ist es das Ziel unserer Landmarken-Heuristiken, möglichst genau die optimale Delete-Relaxierungs-Heuristik $h^+$ zu approximieren.
- Fortgeschrittene Landmarken-Techniken arbeiten auch direkt auf allgemeinen Planungsaufgaben.

# Delete-freie STRIPS-Planungsaufgaben

Wiederholung:

## Definition (delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe)

Eine delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe ist ein 4-Tupel $\Pi^+ = \langle V, I, G, A \rangle$ mit folgenden Komponenten:

- $V$: endliche Menge von Zustandsvariablen
- $I \subseteq V$: der Anfangszustand
- $G \subseteq V$: die Menge der Ziele
- $A$: endliche Menge von Aktionen,
  wobei für jede Aktion $a \in A$ definiert sind:
  - $pre(a) \subseteq V$: ihre Vorbedingungen
  - $add(a) \subseteq V$: ihre Add-Effekte
  - $cost(a) \in \mathbb{N}_0$: ihre Kosten

  geschrieben als $\langle pre(a) \rightarrow add(a) \rangle_{cost(a)}$;
  Mengenklammern bei $pre(a)$ und $add(a)$ weggelassen

# Delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe in Normalform

Eine delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe $\langle V, I, G, A \rangle$ ist in Normalform, wenn gilt:

- $I$ besteht aus genau einem Element $i$: $I = \{i\}$
- $G$ besteht aus genau einem Element $g$: $G = \{g\}$
- Jede Aktion hat mindestens eine Vorbedingung.

Jede Aufgabe kann leicht in eine äquivalente Aufgabe in Normalform überführt werden. (Wie?)

- Wir nehmen im Folgenden Normalform an.
- Angabe von $A$ genügt zur Beschreibung:
  - $V$ sind die dort erwähnten Variablen
  - Es gilt immer $I = \{i\}$ und $G = \{g\}$
- Daher geben wir im Folgenden nur $A$ an.

# Beispiel: delete-freie Planungsaufgabe in Normalform

## Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \to x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \to x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \to y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \to g \rangle_0$

Optimale Lösung?

# Beispiel: delete-freie Planungsaufgabe in Normalform

## Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \to x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \to x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \to y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \to g \rangle_0$

Eine mögliche Lösung, um von $\{i\}$ aus $\{g\}$ zu erreichen:

- Plan: $a_1, a_2, a_4$
- Kosten: $3 + 4 + 0 = 7 \quad (= h^+(\{i\})$, da optimal)

# Landmarken

# Landmarken

**Definition (Landmarke)**

Eine Landmarke einer Planungsaufgabe $\Pi$ ist eine Aktionsmenge $L$, so dass jeder Plan eine Aktion aus $L$ enthalten muss.

Die Kosten einer Landmarke $L$, $\mathit{cost}(L)$, sind definiert als $\min_{a \in L} \mathit{cost}(a)$.

$\rightsquigarrow$ die Kosten einer beliebigen Landmarke bilden eine (sehr simple) zulässige Heuristik

- Landmarken in unserem Sinne heissen genauer disjunktive Aktionslandmarken
- andere Arten sind Faktlandmarken, Formellandmarken, ...

# Beispiel: Landmarken

## Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \to x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \to x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \to y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \to g \rangle_0$

Beispiele für Landmarken?

# Beispiel: Landmarken

## Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \to x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \to x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \to y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \to g \rangle_0$

Einige Landmarken:

- $A = \{a_4\}$ (Kosten 0)
- $B = \{a_1, a_2\}$ (Kosten 3)
- $C = \{a_1, a_3\}$ (Kosten 3)
- $D = \{a_2, a_3\}$ (Kosten 4)
- aber auch: $\{a_1, a_2, a_3\}$ (Kosten 3), $\{a_1, a_2, a_4\}$ (Kosten 0), ...

# Überblick zu Landmarken

Im Folgenden:

- Ausnutzen von Landmarken:
  Wie können wir eine möglichst genaue Heuristik
  für eine gegebene Menge von Landmarken berechnen?
  $\rightsquigarrow$ dieses Kapitel
- Finden von Landmarken:
  Wie können wir Landmarken finden?
  $\rightsquigarrow$ nächstes Kapitel
- LM-Cut-Heuristik:
  ein praktischer Algorithmus zum Finden
  und Ausnutzen von Landmarken
  $\rightsquigarrow$ nächstes Kapitel

# Ausnutzen von Landmarken

# Ausnutzen von Landmarken

Angenommen, wir haben die Landmarken $\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$.

Wie nutzen wir $\mathcal{L}$ für Heuristiken?

- Summe der Kosten: $0 + 3 + 3 + 4 = 10$
  $\rightsquigarrow$ nicht zulässig!
- Maximum der Kosten: $\max\{0, 3, 3, 4\} = 4$
  $\rightsquigarrow$ im allgemeinen schwache Heuristik
- besser: Hitting-Sets oder Kostenpartitionierung

# Hitting-Sets

## Definition (Hitting-Set)

Gegeben: endliche Grundmenge $X$, Teilmengenfamilie $\mathcal{F} \subseteq 2^X$, Kosten $c : X \to \mathbb{R}_0^+$

Hitting-Set:

- Teilmenge $H \subseteq X$, die alle Teilmengen in $\mathcal{F}$ „trifft“: $H \cap S \neq \emptyset$ für alle $S \in \mathcal{F}$
- Kosten von $H$: $\sum_{x \in H} c(x)$

Minimum Hitting-Set (MHS):

- Hitting-Set mit minimalen Kosten
- klassisches NP-vollständiges Problem (Karp, 1972)

# Beispiel: Hitting-Sets

## Beispiel

$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

$\mathcal{F} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}$, $B = \{a_1, a_2\}$, $C = \{a_1, a_3\}$, $D = \{a_2, a_3\}$

$c(a_1) = 3$, $c(a_2) = 4$, $c(a_3) = 5$, $c(a_4) = 0$

Minimum Hitting-Set:

# Beispiel: Hitting-Sets

## Beispiel

$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

$\mathcal{F} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}$, $B = \{a_1, a_2\}$, $C = \{a_1, a_3\}$, $D = \{a_2, a_3\}$

$c(a_1) = 3$, $c(a_2) = 4$, $c(a_3) = 5$, $c(a_4) = 0$

Minimum Hitting-Set: $\{a_1, a_2, a_4\}$ mit Kosten $3 + 4 + 0 = 7$

# Hitting-Sets für Landmarken

Idee: Interpretiere Landmarken als Minimum-Hitting-Set-Instanz

**Definition (Hitting-Set-Heuristik)**

Sei $\mathcal{L}$ eine Menge von Landmarken für eine delete-freie Planungsaufgabe in Normalform mit Aktionen $A$, Aktionskosten *cost* und Anfangszustand $I$.

Die Hitting-Set-Heuristik $h^{\mathrm{MHS}}(I)$ ist definiert als die minimalen Lösungskosten für die Minimum-Hitting-Set-Instanz mit Grundmenge $A$, Teilmengenfamilie $\mathcal{L}$ und Kosten *cost*.

**Satz (Hitting-Set-Heuristik ist zulässig)**

*Die Hitting-Set-Heuristik $h^{\mathrm{MHS}}$ ist zulässig.*

Warum?

# Approximation von $h^{\text{MHS}}$

- Da optimale Hitting-Sets NP-hart zu berechnen sind, möchten wir $h^{\text{MHS}}$ in polynomieller Zeit annähern.

# Approximation von $h^{\text{MHS}}$

- Da optimale Hitting-Sets NP-hart zu berechnen sind, möchten wir $h^{\text{MHS}}$ in polynomieller Zeit annähern.

**optimale Kostenpartitionierung (Karpas & Domshlak, 2009)**

Idee: Stelle ein lineares Programm (LP) zu $\mathcal{L}$ auf.

- Zeilen (Constraints) entsprechen Aktionen
- Spalten (Variablen) entsprechen Landmarken
- Einträge: 1 falls Zeilen-Aktion in Spalten-Landmarke; 0 sonst
- Ziel: maximiere Summe der Variablen

Heuristik-Wert $h^{\text{OCP}}$ (optimal cost partitioning): Zielwert des LPs

# Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

## Beispiel

$cost(a_1) = 3, \quad cost(a_2) = 4, \quad cost(a_3) = 5, \quad cost(a_4) = 0$

$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rcrcrcl} & b & + & c & & \leq & 3 \\ & b & + & & d & \leq & 4 \\ & & & c & + \quad d & \leq & 5 \\ a & & & & & \leq & 0 \end{array}$$

# Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

## Beispiel

$cost(a_1) = 3, \quad cost(a_2) = 4, \quad cost(a_3) = 5, \quad cost(a_4) = 0$

$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$
\begin{array}{rrrrrrrl}
 & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\
 & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\
 & & & c & + \; d & \leq & 5 & a_3 \\
a & & & & & \leq & 0 & a_4 \\
A & & B & & C & & D &
\end{array}
$$

# Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

## Beispiel

$cost(a_1) = 3, \quad cost(a_2) = 4, \quad cost(a_3) = 5, \quad cost(a_4) = 0$

$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rrrrrrrl} & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\ & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\ & & & c & + \; d & \leq & 5 & a_3 \\ a & & & & & \leq & 0 & a_4 \\ A & B & & C & & D & & \end{array}$$

Lösung: ?

# Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

## Beispiel

$cost(a_1) = 3, \quad cost(a_2) = 4, \quad cost(a_3) = 5, \quad cost(a_4) = 0$

$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$
mit $A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rrrrrrrl} & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\ & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\ & & & c & + \; d & \leq & 5 & a_3 \\ a & & & & & \leq & 0 & a_4 \\ A & B & & C & & D & & \end{array}$$

Lösung: $a = 0, \; b = 1, \; c = 2, \; d = 3 \quad \rightsquigarrow \quad h^{\mathrm{OCP}}(I) = 6$

# Zusammenhang zwischen den Heuristiken

**Satz ($h^{\mathrm{OCP}}$ vs. $h^{\mathrm{MHS}}$)**

*Sei $\mathcal{L}$ eine Menge von Landmarken für eine Planungsaufgabe mit Anfangszustand $I$.*

*Dann gilt für diese Landmarkenmenge:*
$h^{\mathrm{OCP}}(I) \leq h^{\mathrm{MHS}}(I) \leq h^{+}(I)$

(Wir lassen den Beweis weg.
Mit etwas Theorie zu linearen Programmen ist er sehr einfach.)

Die Heuristik $h^{\mathrm{OCP}}$ ist polynomiell berechenbar, da polynomielle Verfahren zur Lösung linearer Programme bekannt sind.

# Zusammenfassung

# Zusammenfassung

- Landmarken sind Aktionsmengen, von denen jeder Plan mindestens ein Element enthalten muss
- Hitting-Sets liefern die genauestmögliche Heuristik für gegebene Landmarken, sind aber NP-hart zu berechnen
- optimale Kostenpartitionierung ist ein polynomielles Verfahren zur Berechnung informativer Landmarken-Heuristiken