

Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 12

Abgabe: Sonntag, 4. Juni 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 12.1 (3 Punkte)

Die folgenden Aussagen sind alle falsch. Erklären Sie jeweils mit 1–2 Sätzen, warum die Aussagen nicht zutreffen und wie sie korrekt heissen müssten.

- Um zu zeigen, dass ein Problem X NP-vollständig ist, reicht es zu zeigen, dass $X \in \text{NP}$ und $X \leq_p Y$ für ein NP-vollständiges Problem Y .
- Es gibt ein NP-vollständiges Problem X für das es einen effizienten deterministischen Algorithmus gibt, auch wenn es für SAT keinen gibt.
- Für jedes NP-harte Problem X gilt $X \leq_p \text{SAT}$.

Aufgabe 12.2 (2+3 Punkte)

Betrachten Sie das Entscheidungsproblem HITTINGSET:

- Gegeben:* Eine endliche Menge T , eine Menge von Mengen $S = \{S_1, \dots, S_n\}$ mit $S_i \subseteq T$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, eine natürliche Zahl $K \in \mathbb{N}_0$ mit $K \leq |T|$.
 - Gefragt:* Gibt es eine Menge H mit höchstens K Elementen, die mindestens ein Element aus jeder Menge aus S enthält?
- Zeigen Sie, dass HITTINGSET in NP liegt, indem Sie einen nicht-deterministischen Algorithmus für HITTINGSET angeben, dessen Laufzeit durch ein Polynom in $n|T|$ beschränkt ist.
 - Beweisen Sie, dass HITTINGSET NP-vollständig ist. Sie dürfen dabei ohne Beweis verwenden, dass das Problem VERTEXCOVER (aus Kapitel E4) NP-vollständig ist.

Aufgabe 12.3 (2+2 Punkte)

Betrachten Sie die Entscheidungsprobleme DIRHAMILTONPATH, DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX, und DIRHAMILTONPATHTOVERTEX:

DIRHAMILTONPATH (siehe Aufgabe 11.3):

- Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$
- Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad?

DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX

- Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, Knoten $v_{\text{start}} \in V$
- Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad, der bei v_{start} beginnt?

DIRHAMILTONPATHTOVERTEX

- Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, Knoten $v_{\text{end}} \in V$

- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad, der bei v_{end} endet?
- (a) Reduzieren Sie DIRHAMILTONPATH auf $\text{DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX}$ mit einer polynomiellen Reduktion um zu zeigen, dass

$$\text{DIRHAMILTONPATH} \leq_p \text{DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX}.$$

- (b) Reduzieren Sie $\text{DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX}$ auf $\text{DIRHAMILTONPATHTOVERTEX}$ mit einer polynomiellen Reduktion um zu zeigen, dass

$$\text{DIRHAMILTONPATHFROMVERTEX} \leq_p \text{DIRHAMILTONPATHTOVERTEX}.$$