

Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 10

Abgabe: Sonntag, 21. Mai 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 10.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie für beliebige Sprachen A , B und C : Wenn $A \leq B$ und $B \leq C$, dann auch $A \leq C$.

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)

Das *Leerheitsproblem* LEERHEIT für allgemeine (Typ-0) Grammatiken ist definiert als:

Gegeben eine allgemeine Grammatik G , ist $\mathcal{L}(G) = \emptyset$?

Beweisen Sie, dass LEERHEIT unentscheidbar ist.

Hinweise: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass man mit einer berechenbaren Funktion zu jeder gegebenen Typ-0-Grammatik G die Kodierung einer DTM M_G konstruieren kann, für die $\mathcal{L}(M_G) = \mathcal{L}(G)$ gilt. Ausserdem kann man mit einer berechenbaren Funktion zu jeder gegebenen DTM M eine Typ-0-Grammatik G_M konstruieren, für die $\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(G_M)$ gilt. Wenden Sie den Satz von Rice in geeigneter Weise an, um die Unentscheidbarkeit zu zeigen.

Aufgabe 10.3 (3 Punkte)

Das *Schnittproblem* SCHNITT für allgemeine (Typ-0) Grammatiken ist definiert als:

Gegeben zwei allgemeine Grammatiken G_1 und G_2 , gilt $\mathcal{L}(G_1) \cap \mathcal{L}(G_2) = \emptyset$?

Beweisen Sie, dass SCHNITT unentscheidbar ist, indem Sie LEERHEIT darauf reduzieren.

Hinweis: Sie dürfen die Unentscheidbarkeit von LEERHEIT hier natürlich auch annehmen, wenn Sie Aufgabe 12.1 nicht gelöst haben.

Aufgabe 10.4 (0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)

Bei welchen der folgenden Sprachen zeigt der Satz von Rice, dass die Sprache unentscheidbar ist? Geben Sie für Sprachen, bei denen der Satz von Rice verwendet werden kann, jeweils die Teilmenge von Turing-berechenbaren Funktionen \mathcal{S} an, für die Sie den Satz anwenden.

Hinweis: Sie müssen keine Beweise angeben. Wenn der Satz von Rice anwendbar ist, geben Sie die Menge \mathcal{S} an. Andernfalls geben Sie eine kurze Begründung (1 Satz) an, warum der Satz von Rice nicht anwendbar ist.

- (a) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ berechnet die zweistellige Multiplikationsfunktion}\}$
- (b) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{Die Ausgabe von } M_w \text{ gestartet auf dem leeren Band enthält } 0101\}$
- (c) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ hält für mindestens eine Eingabe nach mehr als 10 Schritten mit einer gültigen Ausgabe}\}$
- (d) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ berechnet eine zweistellige Funktion über den natürlichen Zahlen}\}$