

Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 8

Abgabe: Mittwoch, 3. Mai 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Hinweis: Da der 1. Mai vorlesungsfrei ist haben Sie ein paar Tage länger Zeit, um diesen Übungszettel zu bearbeiten.

Aufgabe 8.1 (2 Punkte)

Beschreiben Sie (in Worten) eine Turingmaschine, die die Funktion $f(\mathbf{a}^{2^i}) = \mathbf{b}^i$ für Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ berechnet.

Anmerkung: Verwenden Sie Aussagen auf dem Detailgrad der folgenden Beispiele: „bewege den Lesekopf nach links, bis ein \mathbf{a} gelesen wird“ und „falls ein \mathbf{b} gelesen wird, gehe in Endlosschleife“.

Aufgabe 8.2 (3 Punkte)

Geben Sie das Zustandsdiagramm einer Turingmaschine an, die die *Vorgängerfunktion* $pred_2$ über natürlichen Zahlen berechnet (siehe Folie 24 im Foliensatz D1). Beschreiben Sie *zusätzlich* die Funktionsweise ihrer Turingmaschine in Worten.

Aufgabe 8.3 (2 Punkte)

Seien $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $g : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ Turing-berechenbare partielle Funktionen für ein Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass dann auch die *Komposition* $(f \circ g) : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ Turing-berechenbar ist.

Die Komposition zweier Funktionen ist allgemein definiert als $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Der Funktionswert ist insbesondere auch undefiniert, wenn $g(x)$ undefiniert ist.

Aufgabe 8.4 (3 Punkte)

Geben Sie an, wie sich die folgenden syntaktischen Konstrukte für LOOP-Programme (mit der offensichtlichen Semantik) durch bekannte Konstrukte simulieren lassen. Sie dürfen dabei neben den Grundkonstrukten von LOOP-Programmen auch die zusätzlichen Konstrukte verwenden, die in Kapitel D2 eingeführt wurden.

- (a) **IF** $x_i > c$ **THEN** P **ELSE** P' **END**
- (b) **IF** $x_i = x_j$ **THEN** P **END**
- (c) **FOR** $x_i = 0$ **TO** c **DO** P **END**

Hierbei seien P und P' beliebige LOOP-Programme und $i, j, c \in \mathbb{N}_0$ beliebige natürliche Zahlen.

Aufgabe 8.5 (2 Punkte)

- (a) Welche zweistellige Funktion $f(x, y)$ berechnet das folgende WHILE-Programm?

```
 $x_3 := x_1 + 1$   
 $x_3 := x_3 - x_2$   
WHILE  $x_3 \neq 0$  DO  
   $x_3 := x_3 - x_2$   
   $x_0 := x_0 + 1$   
END
```

(b) Ist f LOOP-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Geben Sie ein WHILE-Programm an, welches die Modulooperation

$$g(x, y) = \begin{cases} x \bmod y, & \text{falls } y > 0 \\ \text{undefiniert,} & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet. Sie können in Ihrer Lösung die Funktion f aus Teilaufgabe (a) sowie die Multiplikation \cdot verwenden.