Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

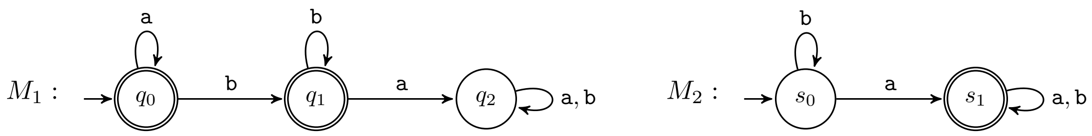
Übungsblatt 6

Abgabe: Sonntag, 9. April 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit LaTeX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 6.1 (3 Punkte)

Gegeben sind die folgenden beiden DFAs M_1 und M_2.



Geben Sie den Kreuzproduktautomaten an, der $\mathcal{L}(M_1) \cap \mathcal{L}(M_2)$ akzeptiert.

Aufgabe 6.2 (3 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = \langle \{a, b, c, d\}, \{S, W, X, Y, Z\}, P, S\} \rangle$, wobei P folgende Regeln enthält:

$$\begin{array}{llll} (1) S \to X & (2) X \to Y & (3) Y \to \varepsilon & (4) Y \to \mathtt{d} \\ (5) X \to Z & (6) Z \to W\mathtt{a}X\mathtt{b}Y\mathtt{c} & (7) W \to \mathtt{a}W\mathtt{a} & (8) W \to \mathtt{b}S\mathtt{b} \end{array}$$

Wenden Sie die Methode aus dem Beweis auf Foliensatz C5, Folien 5-7 auf G an und geben Sie die resultierende kontext-freie Grammatik G' sowie sinnvolle Zwischenschritte an.

Aufgabe 6.3 (3 Punkte)

Geben Sie eine Grammatik G' in Chomsky-Normalform an, die dieselbe Sprache erzeugt wie die kontextfreie Grammatik $G = \langle \Sigma, V, P, \mathrm{S} \rangle$ mit $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, $V = \{\mathrm{S, W, X, Y, Z}\}$ und den folgenden Regeln in P:

$$\begin{array}{lllll} \mathrm{S} \to \varepsilon & \mathrm{S} \to \mathrm{XW} & \mathrm{S} \to \mathrm{Z} & \mathrm{W} \to \mathrm{X} & \mathrm{X} \to \mathtt{a}\mathrm{Z}\mathtt{b} \\ \mathrm{Y} \to \mathrm{W} & \mathrm{Y} \to \mathtt{b}\mathrm{Y} & \mathrm{Z} \to \mathtt{bb} & \mathrm{Z} \to \mathrm{Z}\mathtt{a} & \mathrm{X} \to \mathrm{Y} \end{array}$$

Geben Sie genügend Zwischenschritte an, damit Ihre Konstruktion nachvollziehbar ist.

Aufgabe 6.4 (3 Punkte)

Sei G eine Grammatik in Chomsky-Normalform und $w \in \mathcal{L}(G)$ ein nicht-leeres Wort ($w \neq \varepsilon$), das von G erzeugt wird. Zeigen Sie, dass jede Ableitung von w aus der Startvariable von G genau $2|w| - 1$ Ableitungsschritte hat.