Theorie der Informatik

M. Helmert
T. Keller
Frühjahrssemester 2017

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: Sonntag, 12. März 2017

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit LaTeX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Hinweis: Wegen der vorlesungsfreien Woche zwischen dem 6. und 12. März haben Sie ein Woche länger Zeit diesen Übungszettel zu bearbeiten.

Aufgabe 2.1 (Syntax; 0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen als aussagenlogische Formeln. Definieren Sie hierzu geeignete atomare Aussagen. Achten Sie darauf alle Formeln vollständig zu klammern.

(a) Wenn es regnet, dann ist es nicht warm oder es ist Sommer.

(b) Wenn Bob schwimmen geht, dann ist es immer Sommer und er trinkt keinen Tee.

(c) Bob geht genau dann schwimmen, wenn er keinen Tee trinkt und es warm ist oder es nicht regnet.

(d) Entweder trinkt Bob Tee oder er geht schwimmen (aber nicht beides zusammen).

Aufgabe 2.2 (Wahrheitstafeln; 1+1+1+1+1 Punkte)

Sei $A = \{\mathrm{X}, \mathrm{Y}\}$ eine Menge von aussagenlogischen Variablen und $\psi = (\mathrm{X} \rightarrow \mathrm{Y})$ eine aussagenlogische Formel über A.

(a) Geben Sie die Wahrheitstafel für ψ an (siehe Kapitel B1, Folie 30).

(b) Prüfen Sie für jede der folgenden Eigenschaften von aussagelogischen Formeln ob ψ diese hat. Falls nicht, dann geben Sie eine aussagenlogische Formel φ über A an, die diese Eigeschaft hat, und beweisen Sie diese Aussage mit einer Wahrheitstafel.

i) ψ ist erfüllbar und falsifizierbar.
ii) ψ hat genau zwei Modelle.
iii) ψ ist allgemeingültig und verwendet beide Variablen.
iv) ψ ist unerfüllbar.

Aufgabe 2.3 (Semantik; 2.5+2.5 Punkte)

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel φ über $\{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}\}$:

$$\varphi = ((\mathrm{F} \vee ((\neg\mathrm{B} \leftrightarrow ((\mathrm{C} \wedge \mathrm{A}) \rightarrow \neg\mathrm{B})) \vee (\mathrm{D} \rightarrow \mathrm{E}))) \rightarrow (\mathrm{A} \rightarrow \neg\mathrm{F}))$$

(a) Geben Sie nun ein Modell $\mathcal{I}$ für φ an und beweisen Sie ohne Wahrheitstafel, dass $\mathcal{I} \models \varphi$ gilt.

(b) Geben Sie eine Belegung $\mathcal{I}$ an, für die $\mathcal{I} \not\models \varphi$ gilt und beweisen Sie diese Aussage ohne Wahrheitstafel.