Theorie der Informatik

M. Helmert
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2016

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 14

Abgabe: Mittwoch, 8. Juni 2016

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit LaTeX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Hinweis: Alle Aufgaben auf diesem Übungsblatt sind Bonusaufgaben.

Aufgabe 14.1 (NP-Vollständigkeit, 1.5 Bonuspunkte)
Die folgenden Aussagen sind alle falsch. Erklären Sie jeweils mit 1–2 Sätzen, warum die Aussagen nicht zutreffen und wie sie korrekt heissen müssten.

(a) Um zu zeigen, dass ein Problem X NP-vollständig ist, reicht es zu zeigen, dass $X \in \mathrm{NP}$ und $X \leq_\mathrm{p} Y$ für ein NP-vollständiges Problem Y.

(b) Es gibt ein NP-vollständiges Problem X für das es einen effizienten deterministischen Algorithmus gibt, auch wenn es für Sat keinen gibt.

(c) Für jedes NP-harte Problem X gilt $X \leq_\mathrm{p}$ Sat.

Aufgabe 14.2 (Partition $\leq_\mathrm{p}$ SubsetSum, 1.5 Bonuspunkte)
Betrachten Sie die Entscheidungsprobleme Partition und SubsetSum aus Kapitel E5. Reduzieren Sie Partition auf SubsetSum mit einer polynomiellen Reduktion um zu zeigen, dass Partition $\leq_\mathrm{p}$ SubsetSum.

Aufgabe 14.3 (HittingSet, 1+2 Bonuspunkte)
Betrachten Sie das Entscheidungsproblem HittingSet:

- *Gegeben:* Eine endliche Menge T, eine Menge von Mengen $S = \{S_1, \dots, S_n\}$ mit $S_i \subseteq T$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, eine natürliche Zahl $K \in \mathbb{N}_0$ mit $K \leq |T|$.
- *Gefragt:* Gibt es eine Menge H mit höchstens K Elementen, die mindestens ein Element aus jeder Menge aus S enthält?

(a) Zeigen Sie, dass HittingSet in NP liegt, indem Sie einen nicht-deterministischen Algorithmus für HittingSet angeben, dessen Laufzeit durch ein Polynom in $n|T|$ beschränkt ist.

(b) Beweisen Sie, dass HittingSet NP-vollständig ist. Sie dürfen dabei ohne Beweis verwenden, dass das Problem VertexCover (aus Kapitel E4) NP-vollständig ist.

Aufgabe 14.4 (Varianten von DirHamiltonPath, 2+2 Bonuspunkte)

Betrachten Sie die Entscheidungsprobleme DirHamiltonPath, DirHamiltonPathFromVertex, und DirHamiltonPathToVertex:

DirHamiltonPath (siehe Aufgabe 13.3):

- *Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$
- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad?

DirHamiltonPathFromVertex

- *Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, Knoten $v_{\text{start}} \in V$
- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad, der bei v_{start} beginnt?

DirHamiltonPathToVertex

- *Gegeben:* gerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$, Knoten $v_{\text{end}} \in V$
- *Gefragt:* Enthält G einen Hamiltonpfad, der bei v_{end} endet?

(a) Reduzieren Sie DirHamiltonPath auf DirHamiltonPathFromVertex mit einer polynomiellen Reduktion um zu zeigen, dass

$$\text{DirHamiltonPath} \leq_{\text{p}} \text{DirHamiltonPathFromVertex}.$$

(b) Reduzieren Sie DirHamiltonPathFromVertex auf DirHamiltonPathToVertex mit einer polynomiellen Reduktion um zu zeigen, dass

$$\text{DirHamiltonPathFromVertex} \leq_{\text{p}} \text{DirHamiltonPathToVertex}.$$