

Theorie der Informatik

M. Helmert
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2016

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 11

Abgabe: Mittwoch, 18. Mai 2016

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 11.1 (Aufzählungsfunktionen, 1+1+1 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie totale und berechenbare Funktionen $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \Sigma^*$ an, die die folgenden Sprachen rekursiv aufzählen.

- (a) $L_1 = \{a^x b^y \mid x, y \in \mathbb{N}_0\}$
- (b) $L_2 = L_A \cup L_B$ wobei L_A und L_B Sprachen über Σ sind, die von den Funktionen f_A und f_B rekursiv aufgezählt werden.
- (c) $L_3 = \{a^x b^y c^z \mid x, y, z \in \mathbb{N}_0 \text{ und } x^2 + y^2 = z^2\}$

Aufgabe 11.2 (Entscheidbarkeit und Semi-Entscheidbarkeit, 1+1+1+0.5+0.5+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen über beliebige Sprachen A und B sind richtig, welche falsch? Geben Sie jeweils eine Beweisidee (1–2 Sätze) oder ein Gegenbeispiel an. Sie dürfen alle Ergebnisse der Vorlesung verwenden.

- (a) Wenn A und B semi-entscheidbar sind, dann ist $A \cup B$ auch semi-entscheidbar.
- (b) Wenn A und B semi-entscheidbar sind, dann ist folgender Algorithmus ein Semi-Entscheidungsverfahren für $A \cap B$:

```
IF  $\chi'_A(w) = 1$  AND  $\chi'_B(w) = 1$  THEN  
  RETURN 1  
ELSE  
  LOOP FOREVER  
END
```
- (c) Wenn A und B semi-entscheidbar sind, dann ist folgender Algorithmus ein Semi-Entscheidungsverfahren für $A \cup B$:

```
IF  $\chi'_A(w) = 1$  THEN  
  RETURN 1  
ELSE IF  $\chi'_B(w) = 1$  THEN  
  RETURN 1  
ELSE  
  LOOP FOREVER  
END
```
- (d) Jede entscheidbare Sprache wird von einer Turingmaschine akzeptiert.
- (e) Wenn A entscheidbar ist, ist auch $\bar{A}$ entscheidbar.
- (f) Jede Typ-0 Sprache ist entscheidbar.
- (g) Wenn A auf das spezielle Halteproblem reduzierbar ist ($A \leq K$), dann ist A unentscheidbar.

Aufgabe 11.3 (Transitivität von Reduktionen, 1 Punkt)

Zeigen Sie für beliebige Sprachen A , B und C : Wenn $A \leq B$ und $B \leq C$, dann auch $A \leq C$.