

Theorie der Informatik

M. Helmert
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2016

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 16. März 2015

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 3.1 (Äquivalenzen; 1.5+1.5 Punkte)

- (a) Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung um die folgende Formel in KNF zu bringen. Wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = ((A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg C)$$

- (b) Zeigen Sie, dass die folgende Formel unerfüllbar ist, indem Sie zeigen, dass $\varphi \equiv (A \wedge \neg A)$ gilt. Verwenden Sie die Äquivalenzen aus der Vorlesung, wenden Sie in jedem Schritt nur eine Äquivalenz an und geben Sie diese an.

$$\varphi = \neg((A \wedge (\neg B \rightarrow A)) \vee \neg A)$$

Aufgabe 3.2 (Logische Konsequenz; 1.5+1.5 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Formelmengende über $\{A, B, C\}$.

$$WB = \{(A \rightarrow \neg C), (A \vee \neg B), (\neg A \vee C)\}$$

- (a) Gibt es ein Modell $\mathcal{I}$ von WB, das auch ein Modell der Formel $\varphi = (A \vee B)$ ist? Beweisen Sie Ihre Aussage.
- (b) Zeigen Sie, dass alle Modelle $\mathcal{I}$ von WB, auch Modelle der Formel $\varphi = (\neg B \vee C)$ sind.

Aufgabe 3.3 (Kontrapositionssatz; 2 Punkte)

Beweisen Sie den Kontrapositionssatz. Zeigen Sie also, dass für beliebige Formelmengen WB und Formeln φ und ψ folgendes gilt:

$$WB \cup \{\varphi\} \models \neg\psi \text{ gdw. } WB \cup \{\psi\} \models \neg\varphi.$$

Hinweis: Sie dürfen den Deduktionssatz verwenden.

Aufgabe 3.4 (Prädikatenlogik; 2 Punkte)

Betrachten Sie die folgende prädikatenlogische Formel φ über der Signatur $\langle \{x\}, \{c\}, \{f\}, \{P\} \rangle$.

$$\varphi = (\exists x (P(x) \wedge \neg P(f(x))) \wedge \forall x \neg (f(x) = c))$$

Geben Sie ein Modell $\mathcal{I} = \langle U, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ mit $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ von φ an und *beweisen* Sie, dass $\mathcal{I} \models \varphi$. Warum ist es nicht notwendig, eine Variablenbelegung α zu spezifizieren, um ein Modell von φ anzugeben?