

Theorie der Informatik

M. Helmert
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2016

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 9. März 2016

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit $\text{\LaTeX}$ erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 2.1 (Syntax; 0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte)

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen als aussagenlogische Formeln. Definieren Sie hierzu geeignete atomare Aussagen. Achten Sie darauf alle Formeln vollständig zu klammern.

- (a) Wenn es nicht regnet, dann ist es warm.
- (b) Wenn Bob schwimmen geht, dann isst er immer ein Eis und es regnet nicht.
- (c) Bob geht genau dann schwimmen, wenn er Eis isst und es warm ist oder es nicht regnet.
- (d) Entweder die Sonne scheint oder es regnet (aber nicht beides zusammen).

Aufgabe 2.2 (Wahrheitstafeln; 1+1+1+1 Punkte)

Sei $A = \{X, Y\}$ eine Menge von aussagenlogischen Variablen. Geben Sie für jede der folgenden Eigenschaften eine aussagenlogische Formel φ über A an, die diese Eigenschaft hat und beweisen Sie diese Aussage mit einer Wahrheitstafel.

- (a) φ ist erfüllbar und falsifizierbar.
- (b) φ hat genau drei Modelle.
- (c) φ ist allgemeingültig und verwendet beide Variablen.
- (d) φ ist unerfüllbar.

Aufgabe 2.3 (Semantik; 0.5+0.5+1+1+1 Punkte)

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel φ über $\{A, B, C, D, E, F\}$:

$$\varphi = ((F \vee ((\neg B \leftrightarrow ((C \wedge A) \rightarrow \neg B)) \vee (D \rightarrow E))) \rightarrow (A \rightarrow \neg F))$$

- (a) Wieviele Zeilen hätte eine Wahrheitstafel für φ ?
- (b) Die Formel φ ist eine Implikation. Geben Sie zuerst eine Wahrheitstafel für das allgemeine Schema einer Implikation ($\varphi \rightarrow \psi$) an (siehe Kapitel B1, Folie 30). Achtung: die gefragte Wahrheitstafel ist **nicht** die Wahrheitstafel von φ .
- (c) Geben Sie nun ein Modell $\mathcal{I}$ für φ an und beweisen Sie ohne Wahrheitstafel, dass $\mathcal{I} \models \varphi$ gilt.
- (d) Geben Sie eine Belegung $\mathcal{I}$ an, für die $\mathcal{I} \not\models \varphi$ gilt und beweisen Sie diese Aussage ohne Wahrheitstafel.
- (e) Welche der Eigenschaften *erfüllbar*, *unerfüllbar*, *gültig*, und *falsifizierbar* hat φ ? Begründen Sie Ihre Antwort für jede der vier Eigenschaften.

Hinweis: Die Beweise, die Sie in dieser Aufgabe brauchen sind kurz (4 bzw. 6 Schritte). Wenn Sie deutlich mehr Schritte brauchen, überlegen Sie, ob es einen einfacheren Beweis gibt. Die Lösung von Teilaufgabe (b) kann dabei helfen Anforderungen an $\mathcal{I}$ zu identifizieren?