Abgaben mit LaTeX erstellen

Im Netz finden Sie viele Anleitungen zum Einrichten einer LaTeX Umgebung und zum Kompilieren von Dateien wie dieser. Zum Beispiel:

- `https://www.dpg-physik.de/dpg/gliederung/junge/rg/wuerzburg/LaTeX-InstallationsTutorial.pdf`
- `http://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Installation`

Bei Problemen und Fragen wenden Sie sich bitte an die Tutoren.

Die folgenden Lösungen zeigen, wie einige der Befehle verwendet werden, die Sie für die Lösungen brauchen werden, und wieviel Details eine vollständige Lösung idealerweise haben sollte.

Aufgabe 1.1

Atomare Aussagen: EsRegnet, EsIstKalt, DieSonneScheint, BobHatLustAufEis.

(a) $(\neg\text{EsRegnet} \rightarrow (\neg\text{EsIstKalt} \wedge \text{DieSonneScheint}))$

(b) $((\neg\text{EsRegnet} \vee \text{DieSonneScheint}) \leftrightarrow \text{BobHatLustAufEis})$

Aufgabe 1.2

(a) Da $\mathcal{I}(A) = 0$, gilt $\mathcal{I} \not\models A$ und damit mit der Semantik für Konjunktionen auch $\mathcal{I} \not\models (A \wedge B)$. Daraus folgt, dass $\mathcal{I} \models \neg(A \wedge B)$ (*). Löst man die Abkürzung der Implikation auf, erhält man $\phi \equiv (\neg(A \wedge B) \vee C)$. Aus der Semantik für Disjunktionen folgt mit (*) direkt, dass $\mathcal{I} \models \phi$.

Oder alternativ mit einem systematischeren Beweis:

$$\begin{aligned}
\mathcal{I} \models ((A \wedge B) \rightarrow C) \text{ } & \text{gdw. } \mathcal{I} \models (\neg(A \wedge B) \vee C) \\
& \text{gdw. } \mathcal{I} \models \neg(A \wedge B) \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } [\text{nicht } \mathcal{I} \models (A \wedge B)] \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } [\text{nicht } [\mathcal{I} \models A \text{ und } \mathcal{I} \models B]] \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } [\text{nicht } [\mathcal{I}(A) = 1 \text{ und } \mathcal{I}(B) = 1]] \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } [\text{nicht } <\text{falsche Aussage}>] \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } <\text{wahre Aussage}> \text{ oder } \mathcal{I} \models C \\
& \text{gdw. } <\text{wahre Aussage}>
\end{aligned}$$

(b) Löst man die Abkürzung des Bikonditionals auf, erhält man

$$\phi \equiv ((A \rightarrow (B \vee C)) \wedge ((B \vee C) \rightarrow A)).$$

Wir betrachten $\phi_1 = (A \rightarrow (B \vee C))$ und $\phi_2 = ((B \vee C) \rightarrow A)$ zunächst getrennt.

Wir beginnen mit ϕ_1. Löst man die Implikation auf, ergibt sich $\phi_1 \equiv (\neg A \vee (B \vee C))$. Da $\mathcal{I}(C) = 1$, gilt $\mathcal{I} \models C$ und damit wegen der Semantik für Disjunktionen auch $\mathcal{I} \models (B \vee C)$. Das ergibt (wiederum mit der Semantik für Disjunktionen) $\mathcal{I} \models \phi_1$ (*).

Löst man die Implikation in ϕ_2 auf, erhält man $\phi_2 \equiv (\neg(B \vee C) \vee A)$. Da $\mathcal{I}(A) = 1$, gilt $\mathcal{I} \models A$, was mit der Semantik für Disjunktionen direkt ergibt, dass $\mathcal{I} \models \phi_2$ (**).

Die Zwischenergebnis (*) und (**) ergeben mit der Semantik für Konjunktionen, dass $\mathcal{I} \models \phi$.

Natürlich könnten wir auch hier wieder alternativ einen systematischen Beweis machen, das würde allerdings recht unübersichtlich.

Aufgabe 1.3

(a) Wahrheitstafel für ϕ:

$\mathcal{I}(A)$	$\mathcal{I}(B)$	$\mathcal{I} \models (A \rightarrow B)$	$\mathcal{I} \models (B \rightarrow A)$	$\mathcal{I} \models ((A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A))$
0	0	Ja	Ja	Ja
0	1	Ja	Nein	Ja
1	0	Nein	Ja	Ja
1	1	Ja	Ja	Ja

Da das Ergebnis für alle Interpretation „Ja“ ist, ist die Formel ϕ eine Tautologie und damit auch erfüllbar. Sie ist aus dem gleichen Grund nicht falsifizierbar und damit auch nicht unerfüllbar.

(b) Die Formel ist erfüllbar, was man zum Beispiel aus der Interpretation $\mathcal{I} = \{A \mapsto 1, B \mapsto 0, C \mapsto 1, D \mapsto 1\}$ erkennen kann: Da $\mathcal{I}(A) = 1$, gilt $\mathcal{I} \models A$ und mit der Semantik für Disjunktionen $\mathcal{I} \models (A \vee B)$. Mit $\mathcal{I}(C) = 1$ kann man analog argumentieren, dass $\mathcal{I} \models (C \vee D)$. Zusammen folgt mit der Semantik für Konjunktionen, dass $\mathcal{I} \models \psi$.

Aus der Erfüllbarkeit können wir direkt schliessen, dass ψ nicht unerfüllbar ist.

Die Formel ψ ist ausserdem falsifizierbar, was wir mit der Interpretation $\mathcal{I}' = \{A \mapsto 0, B \mapsto 0, C \mapsto 1, D \mapsto 1\}$ zeigen: Da $\mathcal{I}'(A) = 0$ und $\mathcal{I}'(B) = 0$, gilt $\mathcal{I}' \not\models (A \vee B)$. Damit kann $\mathcal{I}'$ auch kein Modell der Konjunktion ψ sein.

Da ψ falsifizierbar ist, kann die Formel keine Tautologie sein.

Aufgabe 1.4

Beispiel für einen Automaten: