

Theorie der Informatik

M. Helmert, G. Röger
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2015

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 8

Abgabe: Mittwoch, 22. April 2015

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit L^AT_EX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 8.1 (Turingmaschinen; 1,5 Punkte)

Beschreiben Sie (in Worten) eine Turingmaschine, die die Funktion $f(a^i) = b^{2i}$ für Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ berechnet.

Anmerkung: Verwenden Sie Aussagen auf dem Detailgrad der folgenden Beispiele: „bewege den Lesekopf nach links, bis ein a gelesen wird“ und „falls ein b gelesen wird, gehe in Endlosschleife“.

Aufgabe 8.2 (Definition von Turingmaschinen; 2 Punkte)

Geben Sie die vollständige Definition einer Turingmaschine an, die die *Vorgängerfunktion* $pred_2$ über natürlichen Zahlen berechnet (siehe Folie 23 im Foliensatz 13). Sie können dabei die Übergangsfunktion δ als Zustandsdiagramm angeben. Beschreiben Sie *zusätzlich* die Funktionsweise ihrer Turingmaschine in Worten.

Aufgabe 8.3 (Berechenbarkeit der Komposition; 2 Punkte)

Seien $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $g : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ Turing-berechenbare partielle Funktionen für ein Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass dann auch die *Komposition* $(f \circ g) : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ Turing-berechenbar ist.

Die Komposition zweier Funktionen ist allgemein definiert als $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Der Funktionswert ist insbesondere auch undefiniert, wenn $g(x)$ undefiniert ist.

Aufgabe 8.4 (Syntaktischer Zucker für LOOP-Programme; 3 Punkte)

Geben Sie an, wie sich die folgenden syntaktischen Konstrukte für LOOP-Programme (mit der offensichtlichen Semantik) durch bekannte Konstrukte simulieren lassen. Sie dürfen dabei neben den Grundkonstrukten von LOOP-Programmen auch die zusätzlichen Konstrukte verwenden, die in Vorlesungsabschnitt 14.2 eingeführt wurden.

(a) **IF** $x_i < c$ **THEN** P **ELSE** P' **END**

(b) **IF** $x_i = x_j$ **THEN** P **END**

(c) **FOR** $x_i = 0$ **TO** c **DO** P **END**

Hierbei seien P und P' beliebige LOOP-Programme und $i, j, c \in \mathbb{N}_0$ beliebige natürliche Zahlen.

Aufgabe 8.5 (WHILE-Programme; 1,5 Punkte)

Welche einstellige Funktion berechnet das folgende WHILE-Programm? Ist diese Funktion LOOP-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort zur zweiten Frage.

```
x2 := 1;  
x3 := 0;  
WHILE  $x_2 \neq 0$  DO  
  IF  $x_1 = x_3$  THEN  
     $x_2 := 0$   
  END;  
   $x_3 := x_3 + 2$   
END;  
 $x_0 := 1$ 
```