

Theorie der Informatik

M. Helmert, G. Röger
F. Pommerening
Frühjahrssemester 2015

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 25. März 2015

Anmerkung: Für Abgaben, die ausschliesslich mit $\text{\LaTeX}$ erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 4.1 (Prädikatenlogik; 1 Punkt)

Betrachten Sie die Formel φ über einer Signatur mit den Prädikatsymbolen P (1-stellig), Q (2-stellig) und R (3-stellig), dem 1-stelligen Funktionssymbol f , dem Konstantensymbol c und den Variablensymbolen x, y und z .

$$\varphi = (\forall x \exists y (P(z) \rightarrow Q(y, x)) \vee \neg \exists y R(c, x, f(y)))$$

Markieren Sie die freien Variablenvorkommen in φ . Geben Sie *zusätzlich* die Menge der freien Variablen von φ an (ohne Beweis).

Aufgabe 4.2 (Grammatiken; 0.5 + 2 + 0.5 Punkte)

Betrachten Sie folgende Sprache:

$$S = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$$

- (a) Ist ε ein Element von S ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (b) Geben Sie eine *vollständige Beschreibung* einer Grammatik G an, die S erzeugt (also mit $\mathcal{L}(G) = S$). Eine Grammatik ist ein 4-Tupel $G = (\Sigma, V, P, S)$, denken Sie daran alle Komponenten des Tupels zu definieren.
- (c) In welchen Typen (in der Chomsky-Hierarchie) liegt Ihre Grammatik? Sie brauchen Ihre Antworten nicht beweisen.

Aufgabe 4.3 (Ableitungen von Wörtern; 1 Punkte)

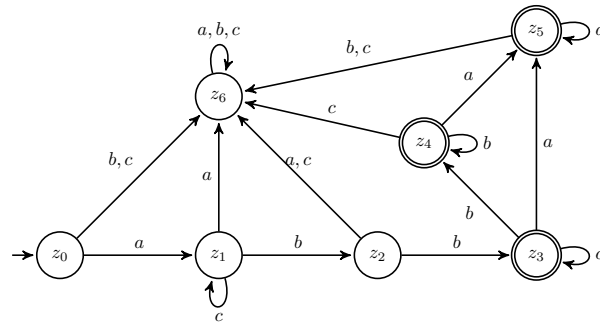
Gegeben ist die folgende Grammatik $G = (\Sigma, V, P, E)$ mit $\Sigma = \{0, 1, +, -, \cdot, \div\}$, $V = \{E, A, M, Z\}$ und den folgenden Regeln in der Menge P :

$$\begin{array}{llll} E \rightarrow A & E \rightarrow M & E \rightarrow 0 & E \rightarrow 1Z \\ A \rightarrow (E + E) & M \rightarrow (E - E) & Z \rightarrow 0Z & Z \rightarrow 1Z \quad Z \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Geben Sie eine Ableitung des Wortes „ $((10 + 1) - (0 - 101))$ “ an.

Aufgabe 4.4 (DFAs und reguläre Grammatik; 1.5 + 1.5 Punkte)

Betrachten Sie folgenden DFA M :



- (a) Welche Sprache akzeptiert der DFA?
- (b) Geben Sie eine *reguläre* Grammatik an, die die gleiche Sprache erzeugt.

Aufgabe 4.5 (DFAs; 2 Punkte)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten für die Sprache der Wörter über $\Sigma = \{a, b\}$ an, wobei die Wörter folgende Eigenschaft aufweisen:

Falls ein a am Wortanfang steht oder das a nach einem b gelesen wird, darf höchstens ein weiteres a direkt folgen. Falls ein b am Wortanfang steht oder das b nach einem a gelesen wird, muss mindestens ein weiteres b direkt folgen.