

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

39. Handlungsplanung: Landmarken

Malte Helmert

Universität Basel

18. Mai 2015

Planungsheuristiken

Wir besprechen **drei Kernideen** für allgemeine Heuristiken:

- Delete-Relaxierung
- Abstraktion
- **Landmarken** $\rightsquigarrow$ dieses und nächstes Kapitel

Planungsheuristiken

Wir besprechen **drei Kernideen** für allgemeine Heuristiken:

- Delete-Relaxierung
- Abstraktion
- **Landmarken** $\rightsquigarrow$ dieses und nächstes Kapitel

Grundidee Landmarken

Landmarke = etwas (z.B. eine Aktion),
das Bestandteil **jeder Lösung** sein muss.

Schätze Lösungskosten durch Anzahl unerreichter Landmarken ab.

Handlungsplanung: Überblick

Kapitelüberblick:

- 33. Einführung
- 34. Planungsformalismen
- 35.–36. Planungsheuristiken: Delete-Relaxierung
- 37.–38. Planungsheuristiken: Abstraktion
- 39.–40. Planungsheuristiken: Landmarken
 - 39. Landmarken
 - 40. Landmarken-Heuristiken

Delete-Relaxierung

Landmarken und Delete-Relaxierung

- In diesem Kapitel lernen wir eine weitere wichtige Technik zur Herleitung von Heuristiken kennen: **Landmarken**.
- Wir beschränken uns auf **delete-freie** Planungsaufgaben:
 - wir berechnen zunächst die Delete-Relaxierung Π^+ der Planungsaufgabe Π
 - und wenden dann Landmarken-Heuristiken auf Π^+ an.
- Daher ist es das Ziel unserer Landmarken-Heuristiken, möglichst genau die **optimale Delete-Relaxierungs-Heuristik** h^+ zu approximieren.
- Fortgeschrittene Landmarken-Techniken arbeiten auch direkt auf allgemeinen Planungsaufgaben.

Delete-freie STRIPS-Planungsaufgaben

Wiederholung:

Definition (delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe)

Eine **delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe** ist ein 4-Tupel $\Pi^+ = \langle V, I, G, A \rangle$ mit folgenden Komponenten:

- V : endliche Menge von **Zustandsvariablen**
- $I \subseteq V$: der **Anfangszustand**
- $G \subseteq V$: die Menge der **Ziele**
- A : endliche Menge von **Aktionen**,
wobei für jede Aktion $a \in A$ definiert sind:
 - $pre(a) \subseteq V$: ihre **Vorbedingungen**
 - $add(a) \subseteq V$: ihre **Add-Effekte**
 - $cost(a) \in \mathbb{N}_0$: ihre **Kosten**

geschrieben als $\langle pre(a) \rightarrow add(a) \rangle_{cost(a)}$;

Mengenklammern bei $pre(a)$ und $add(a)$ weggelassen

Delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe in Normalform

Eine delete-freie STRIPS-Planungsaufgabe $\langle V, I, G, A \rangle$ ist in **Normalform**, wenn gilt:

- I besteht aus genau einem Element i : $I = \{i\}$
- G besteht aus genau einem Element g : $G = \{g\}$
- Jede Aktion hat mindestens eine Vorbedingung.

Jede Aufgabe kann leicht in eine äquivalente Aufgabe in Normalform überführt werden. (Wie?)

- Wir nehmen im Folgenden Normalform an.
- Angabe von A genügt zur Beschreibung:
 - V sind die dort erwähnten Variablen
 - Es gilt immer $I = \{i\}$ und $G = \{g\}$
- Daher geben wir im Folgenden nur A an.

Beispiel: delete-freie Planungsaufgabe in Normalform

Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \rightarrow x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \rightarrow x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \rightarrow y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \rightarrow g \rangle_0$

Optimale Lösung?

Beispiel: delete-freie Planungsaufgabe in Normalform

Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \rightarrow x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \rightarrow x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \rightarrow y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \rightarrow g \rangle_0$

Eine mögliche Lösung, um von $\{i\}$ aus $\{g\}$ zu erreichen:

- **Plan:** a_1, a_2, a_4
- **Kosten:** $3 + 4 + 0 = 7$ ($= h^+(\{i\})$, da **optimal**)

Landmarken

Landmarken

Definition (Landmarke)

Eine **Landmarke** einer Planungsaufgabe Π ist eine Aktionsmenge L , so dass **jeder Plan** eine Aktion aus L enthalten muss.

Die **Kosten** einer Landmarke L , $\text{cost}(L)$, sind definiert als $\min_{a \in L} \text{cost}(a)$.

↪ die Kosten einer beliebigen Landmarke bilden eine (sehr simple) zulässige Heuristik

- Landmarken in unserem Sinne heissen genauer **disjunktive Aktionslandmarken**
- andere Arten sind Faktlandmarken, Formellandmarken, ...

Beispiel: Landmarken

Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \rightarrow x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \rightarrow x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \rightarrow y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \rightarrow g \rangle_0$

Beispiele für Landmarken?

Beispiel: Landmarken

Beispiel

Aktionen:

- $a_1 = \langle i \rightarrow x, y \rangle_3$
- $a_2 = \langle i \rightarrow x, z \rangle_4$
- $a_3 = \langle i \rightarrow y, z \rangle_5$
- $a_4 = \langle x, y, z \rightarrow g \rangle_0$

Einige Landmarken:

- $A = \{a_4\}$ (Kosten 0)
- $B = \{a_1, a_2\}$ (Kosten 3)
- $C = \{a_1, a_3\}$ (Kosten 3)
- $D = \{a_2, a_3\}$ (Kosten 4)
- aber auch: $\{a_1, a_2, a_3\}$ (Kosten 3), $\{a_1, a_2, a_4\}$ (Kosten 0), ...

Überblick zu Landmarken

Im Folgenden:

- **Ausnutzen von Landmarken:**
Wie können wir eine möglichst genaue Heuristik für eine gegebene Menge von Landmarken berechnen?
~> dieses Kapitel
- **Finden von Landmarken:**
Wie können wir Landmarken finden?
~> nächstes Kapitel
- **LM-Cut-Heuristik:**
ein praktischer Algorithmus zum Finden und Ausnutzen von Landmarken
~> nächstes Kapitel

Ausnutzen von Landmarken

Ausnutzen von Landmarken

Angenommen, wir haben die Landmarken $\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$.

Wie **nutzen** wir $\mathcal{L}$ für Heuristiken?

- **Summe** der Kosten: $0 + 3 + 3 + 4 = 10$
 $\rightsquigarrow$ **nicht zulässig!**
- **Maximum** der Kosten: $\max \{0, 3, 3, 4\} = 4$
 $\rightsquigarrow$ **im allgemeinen schwache Heuristik**
- **besser:** **Hitting-Sets** oder **Kostenpartitionierung**

Hitting-Sets

Definition (Hitting-Set)

Gegeben: endliche **Grundmenge** X , **Teilmengenfamilie** $\mathcal{F} \subseteq 2^X$,
Kosten $c : X \rightarrow \mathbb{R}_0^+$

Hitting-Set:

- Teilmenge $H \subseteq X$, die alle Teilmengen in $\mathcal{F}$ „trifft“:
 $H \cap S \neq \emptyset$ für alle $S \in \mathcal{F}$
- **Kosten** von H : $\sum_{x \in H} c(x)$

Minimum Hitting-Set (MHS):

- Hitting-Set mit minimalen Kosten
- klassisches NP-vollständiges Problem (Karp, 1972)

Beispiel: Hitting-Sets

Beispiel

$$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

$$\mathcal{F} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$$

$$c(a_1) = 3, \quad c(a_2) = 4, \quad c(a_3) = 5, \quad c(a_4) = 0$$

Minimum Hitting-Set:

Beispiel: Hitting-Sets

Beispiel

$$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

$$\mathcal{F} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, \quad B = \{a_1, a_2\}, \quad C = \{a_1, a_3\}, \quad D = \{a_2, a_3\}$$

$$c(a_1) = 3, \quad c(a_2) = 4, \quad c(a_3) = 5, \quad c(a_4) = 0$$

Minimum Hitting-Set: $\{a_1, a_2, a_4\}$ mit Kosten $3 + 4 + 0 = 7$

Hitting-Sets für Landmarken

Idee: Interpretiere **Landmarken** als **Minimum-Hitting-Set**-Instanz

Definition (Hitting-Set-Heuristik)

Sei $\mathcal{L}$ eine Menge von Landmarken für eine delete-freie Planungsaufgabe in Normalform mit Aktionen A , Aktionskosten $cost$ und Anfangszustand I .

Die **Hitting-Set-Heuristik** $h^{MHS}(I)$ ist definiert als die minimalen Lösungskosten für die Minimum-Hitting-Set-Instanz mit Grundmenge A , Teilmengenfamilie $\mathcal{L}$ und Kosten $cost$.

Satz (Hitting-Set-Heuristik ist zulässig)

Die *Hitting-Set-Heuristik* h^{MHS} ist zulässig.

Warum?

Approximation von h^{MHS}

- Da optimale Hitting-Sets NP-hart zu berechnen sind, möchten wir h^{MHS} in polynomieller Zeit annähern.

Approximation von h^{MHS}

- Da optimale Hitting-Sets NP-hart zu berechnen sind, möchten wir h^{MHS} in polynomieller Zeit annähern.

optimale Kostenpartitionierung (Karpas & Domshlak, 2009)

Idee: Stelle ein **lineares Programm** (LP) zu $\mathcal{L}$ auf.

- **Zeilen** (Constraints) entsprechen **Aktionen**
- **Spalten** (Variablen) entsprechen **Landmarken**
- **Einträge**: 1 falls Zeilen-Aktion in Spalten-Landmarke; 0 sonst
- **Ziel**: maximiere Summe der Variablen

Heuristik-Wert h^{OCP} (optimal cost partitioning): Zielwert des LPs

Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

Beispiel

$$\text{cost}(a_1) = 3, \text{cost}(a_2) = 4, \text{cost}(a_3) = 5, \text{cost}(a_4) = 0$$

$$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, B = \{a_1, a_2\}, C = \{a_1, a_3\}, D = \{a_2, a_3\}$$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$b + c \leq 3$$

$$b + d \leq 4$$

$$c + d \leq 5$$

$$a \leq 0$$

Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

Beispiel

$$\text{cost}(a_1) = 3, \text{cost}(a_2) = 4, \text{cost}(a_3) = 5, \text{cost}(a_4) = 0$$

$$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, B = \{a_1, a_2\}, C = \{a_1, a_3\}, D = \{a_2, a_3\}$$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rcccccl} & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\ & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\ & & & c & + & d & \leq & 5 & a_3 \\ a & & & & & & \leq & 0 & a_4 \\ A & B & C & D & & & & & \end{array}$$

Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

Beispiel

$$\text{cost}(a_1) = 3, \text{cost}(a_2) = 4, \text{cost}(a_3) = 5, \text{cost}(a_4) = 0$$

$$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, B = \{a_1, a_2\}, C = \{a_1, a_3\}, D = \{a_2, a_3\}$$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rccccccc} & & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\ & & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\ & & & & c & + & d & \leq & 5 & a_3 \\ a & & & & & & \leq & 0 & a_4 \\ A & B & C & D & & & & & \end{array}$$

Lösung: ?

Beispiel: optimale Kostenpartitionierung

Beispiel

$$\text{cost}(a_1) = 3, \text{cost}(a_2) = 4, \text{cost}(a_3) = 5, \text{cost}(a_4) = 0$$

$$\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$$

$$\text{mit } A = \{a_4\}, B = \{a_1, a_2\}, C = \{a_1, a_3\}, D = \{a_2, a_3\}$$

LP: maximiere $a + b + c + d$ unter $a, b, c, d \geq 0$ und

$$\begin{array}{rcccccl} & b & + & c & & \leq & 3 & a_1 \\ & b & + & & d & \leq & 4 & a_2 \\ & & & c & + & d & \leq & 5 & a_3 \\ a & & & & & \leq & 0 & a_4 \\ A & B & C & D & & & & \end{array}$$

Lösung: $a = 0, b = 1, c = 2, d = 3 \rightsquigarrow h^{\text{OCP}}(I) = 6$

Zusammenhang zwischen den Heuristiken

Satz (h^{OCP} vs. h^{MHS})

Sei $\mathcal{L}$ eine Menge von Landmarken für eine Planungsaufgabe mit Anfangszustand I .

Dann gilt für diese Landmarkenmenge:

$$h^{\text{OCP}}(I) \leq h^{\text{MHS}}(I) \leq h^+(I)$$

(Wir lassen den Beweis weg.

Mit etwas Theorie zu linearen Programmen ist er sehr einfach.)

Die Heuristik h^{OCP} ist polynomiell berechenbar, da polynomielle Verfahren zur Lösung linearer Programme bekannt sind.

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- **Landmarken** sind Aktionsmengen, von denen jeder Plan mindestens ein Element enthalten muss
- **Hitting-Sets** liefern die genauestmögliche Heuristik für gegebene Landmarken, sind aber NP-hart zu berechnen
- **optimale Kostenpartitionierung** ist ein polynomielles Verfahren zur Berechnung informativer Landmarken-Heuristiken