

# Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

16. Klassische Suche: Gierige Bestensuche, A\*, Weighted A\*

Malte Helmert

Universität Basel

23. März 2015

# Klassische Suche: Überblick

## Kapitelüberblick klassische Suche:

- 5.–7. Grundlagen
- 8.–12. Basisalgorithmen
- 13.–20. heuristische Algorithmen
  - 13. Heuristiken
  - 14. Analyse von Heuristiken
  - 15. Bestensuche als Graphensuche
  - 16. Gierige Bestensuche, A\*, Weighted A\*
  - 17. IDA\*
  - 18. A\*: Optimalität, Teil I
  - 19. A\*: Optimalität, Teil II
  - 20. A\*: Vollständigkeit und Komplexität

Einführung

●○

Gierige Bestensuche

○○○○○

A\*

○○○○○○○

Weighted A\*

○○○

Zusammenfassung

○○

# Einführung

# Worum geht's?

In diesem Kapitel schauen wir uns die Algorithmen aus dem letzten Kapitel genauer an:

- Gierige Bestensuche
- A\*
- Weighted A\*

Einführung  
oo

Gierige Bestensuche  
●oooo

A\*  
oooooooo

Weighted A\*  
ooo

Zusammenfassung  
oo

# Gierige Bestensuche

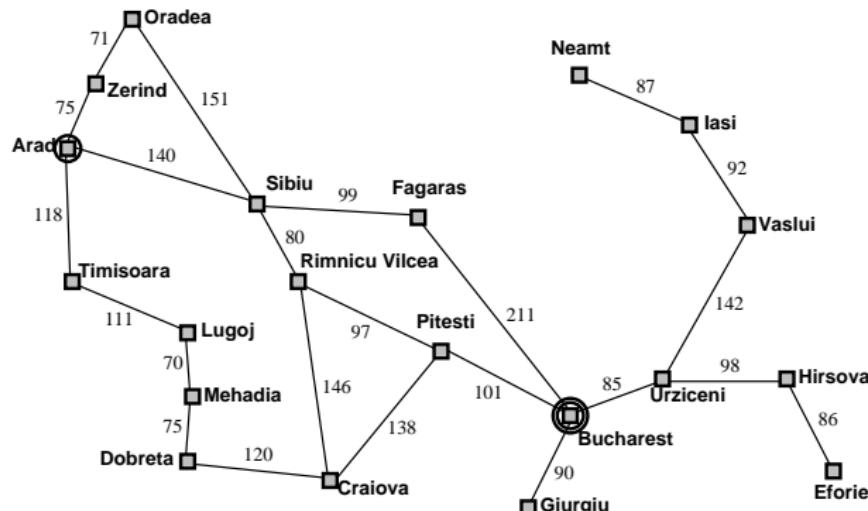
# Gierige Bestensuche

## Gierige Bestensuche

Berücksichtige nur die Heuristik:  $f(n) = h(n.state)$

Anmerkung: normalerweise ohne Reopening (aus Effizienzgründen)

# Beispiel: Gierige Bestensuche für Routenplanung



Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Drobeta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	100
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

# Beispiel: Gierige Bestensuche für Routenplanung

(a) The initial state

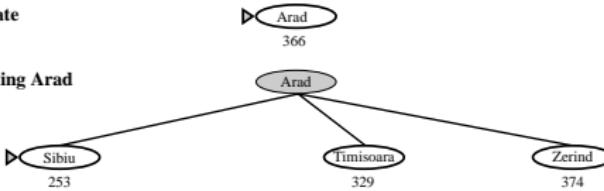


# Beispiel: Gierige Bestensuche für Routenplanung

(a) The initial state



(b) After expanding Arad

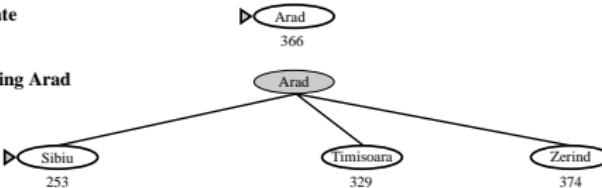


# Beispiel: Gierige Bestensuche für Routenplanung

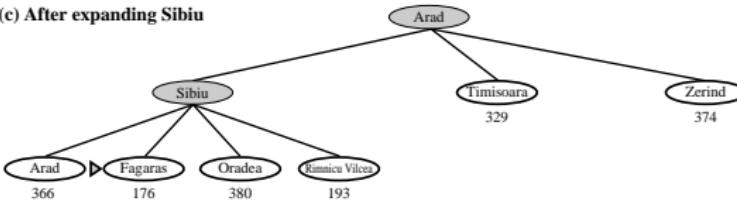
(a) The initial state



(b) After expanding Arad

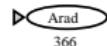


(c) After expanding Sibiu

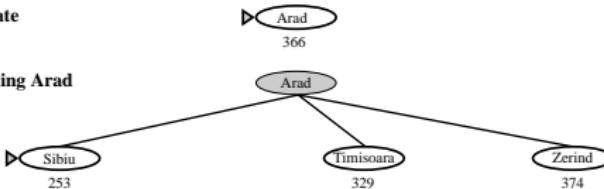


# Beispiel: Gierige Bestensuche für Routenplanung

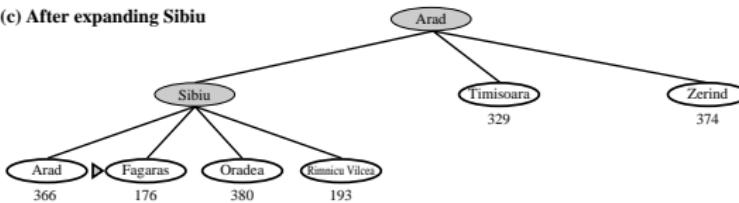
(a) The initial state



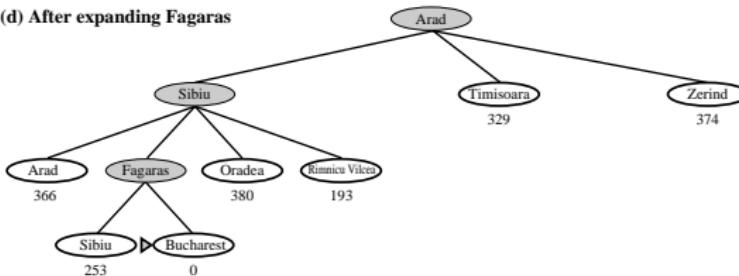
(b) After expanding Arad



(c) After expanding Sibiu



(d) After expanding Fagaras



# Gierige Bestensuche: Eigenschaften

- vollständig für sichere Heuristiken  
(wie alle Varianten der Bestensuche als Graphensuche)
- suboptimal: Lösungen können beliebig schlecht sein
- oft sehr schnell:  
in der Praxis einer der schnellsten Suchalgorithmen
- monotone Transformation von  $h$  (z. B. Skalierung, additive Konstante) beeinflusst nicht das Verhalten  
([Warum ist das interessant?](#))

Einführung  
oo

Gierige Bestensuche  
ooooo

A\*  
●oooooooo

Weighted A\*  
ooo

Zusammenfassung  
oo

A\*

## A\*

## A\*

Verbinde gierige Bestensuche mit uniformer Kostensuche:

$$f(n) = g(n) + h(n.\text{state})$$

- **Abwägen** zwischen Pfadkosten und Nähe zum Ziel
- $f(n)$  schätzt Gesamtkosten der billigsten Lösung vom Anfangszustand über  $n$  zum Ziel

## A\*: Zitate

My Citations [Create email alert](#) [Res](#)

Scholar Articles and patents anytime include citations [Create email alert](#) [Res](#)

[A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths](#)  
... [N.J. Nilsson, B. Raphael](#) - Systems Science and ..., 1968 - ieexlore.ieee.org  
Abstract Although the problem of determining the minimum cost path through a graph arises naturally in a number of interesting applications, there has been no underlying theory to guide the development of efficient search procedures. Moreover, there is no adequate ...  
[Cited by 2591](#) - [Related articles](#) - [All 13 versions](#)

[Correction to a formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths](#)  
... [N.J. Nilsson, B. Raphael](#) - ACM SIGART Bulletin, 1972 - dl.acm.org  
Abstract Our paper on the use of heuristic information in graph searching defined a path-finding algorithm, A\*, and proved that it had two important properties. In the notation of the paper, we proved that if the heuristic function  $f(n)$  is a lower bound on the true minimal ...  
[Cited by 195](#) - [Related articles](#) - [All 6 versions](#)

[CITATION] [Bi-directional search](#)  
[I. Pohl](#) - 1970 - IBM TJ Watson Research Center  
[Cited by 337](#) - [Related articles](#) - [Find in IDS Basel/Bern](#) - [All 2 versions](#)

[CITATION] [and B. Raphael. A formal basis for heuristic determination of minimum path cost](#)  
... [N.J. Nilsson](#) - IEEE Transaction on SSC, 1968  
[Cited by 28](#) - [Related articles](#)

[CITATION] [Research and applications—artificial intelligence](#)  
[B. Raphael, R. Duda, RE Fikes, PE Hart, N. Nilsson...](#) - Final Report, SRI Project, 1971  
[Cited by 13](#) - [Related articles](#)

[A mobile automaton: An application of artificial intelligence techniques](#)  
[N.J. Nilsson](#) - 1969 - DTIC Document  
A MOBILE AUTOMATON: AN APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES MIL

## A\*: Zitate

Google scholar  My Citations

Scholar Articles and patents anytime include citations  Res

[A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths](#)  
... [NJ Nilsson, B Raphael - Systems Science and ..., 1968 - ieexlore.ieee.org](#)  
Abstract Although the problem of determining the minimum cost path through a graph arises naturally in a number of interesting applications, there has been no underlying theory to guide the development of efficient search procedures. Moreover, there is no adequate ...  
[Cited by 2591 - Related articles - All 13 versions](#)

[Correction to a formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths](#)  
... [NJ Nilsson, B Raphael - ACM SIGART Bulletin, 1972 - dl.acm.org](#)  
Abstract Our paper on the use of heuristic information in graph searching defined a path-finding algorithm, A\*, and proved that it had two important properties. In the notation of the paper, we proved that if the heuristic function  $f(n)$  is a lower bound on the true minimal ...  
[Cited by 195 - Related articles - All 6 versions](#)

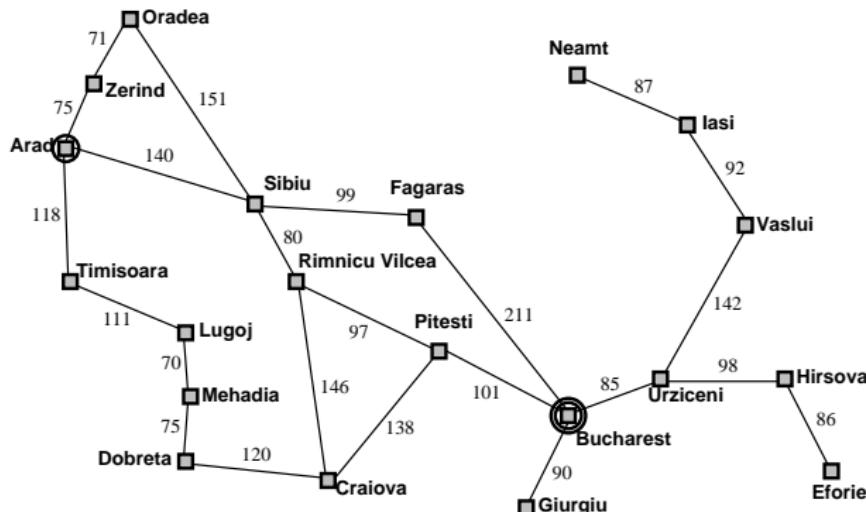
[CITATION] Bi-directional search  
I Pohl - 1970 - IBM TJ Watson Research Center  
[Cited by 337 - Related articles - Find in IDS Basel/Bern - All 2 versions](#)

[CITATION] and B. Raphael. A formal basis for heuristic determination of minimum path cost  
... [NJ Nilsson - IEEE Transaction on SSC, 1968](#)  
[Cited by 28 - Related articles](#)

[CITATION] Research and applications—artificial intelligence  
B Raphael, R Duda, RE Fikes, PE Hart, N Nilsson... - Final Report, SRI Project, 1971  
[Cited by 13 - Related articles](#)

[A mobile automaton: An application of artificial intelligence techniques](#)  
[NJ Nilsson - 1969 - DTIC Document](#)  
A MOBILE AUTOMATON: AN APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES NIIe

# Beispiel: A\* für Routenplanung



Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Drobeta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	100
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

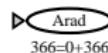
# Beispiel: A\* für Routenplanung

(a) The initial state

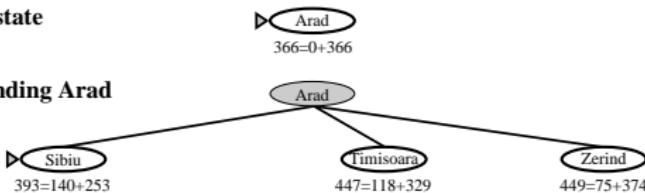


# Beispiel: A\* für Routenplanung

(a) The initial state

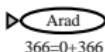


(b) After expanding Arad



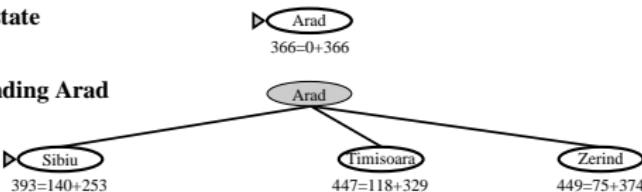
# Beispiel: A\* für Routenplanung

(a) The initial state

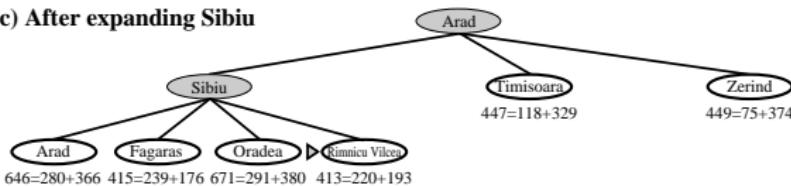


366=0+366

(b) After expanding Arad

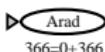


(c) After expanding Sibiu

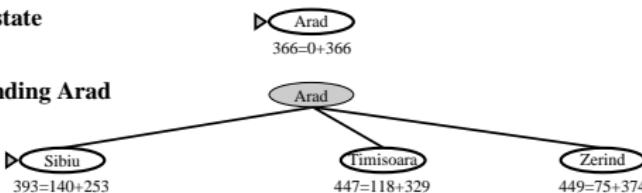


# Beispiel: A\* für Routenplanung

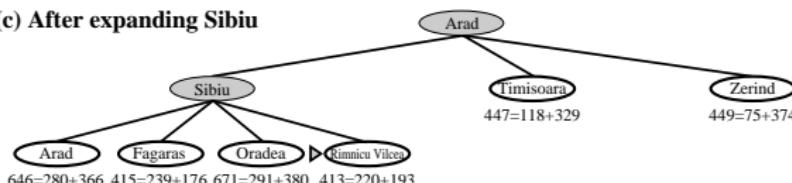
(a) The initial state



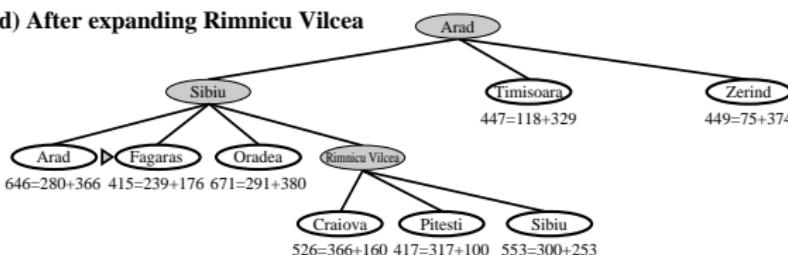
(b) After expanding Arad



(c) After expanding Sibiu

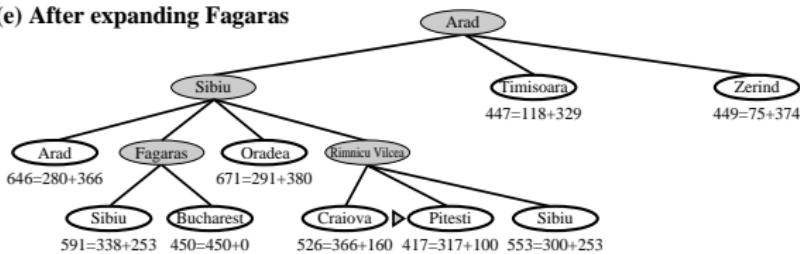


(d) After expanding Rimnicu Vilcea



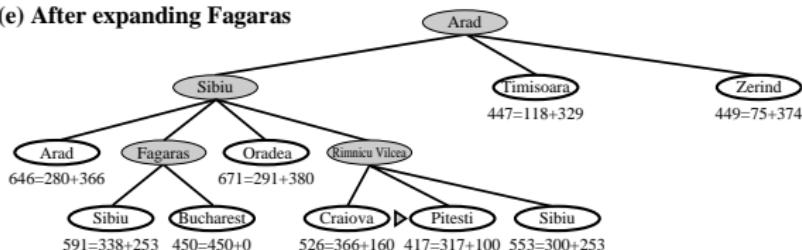
# Beispiel: A\* für Routenplanung

(e) After expanding Fagaras

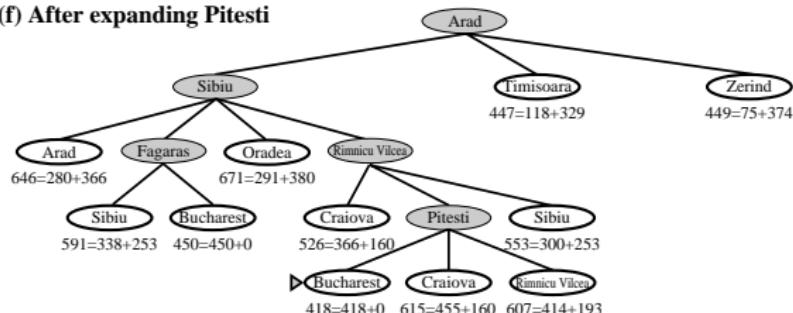


# Beispiel: A\* für Routenplanung

(e) After expanding Fagaras



(f) After expanding Pitesti



# A\*: Eigenschaften

- vollständig für sichere Heuristiken  
(wie alle Varianten der Bestensuche als Graphensuche)
- mit Reopening:  
optimal, wenn Heuristik zulässig
- ohne Reopening:  
optimal, wenn Heuristik konsistent und zulässig

↔ Beweise: Kapitel 18 und 19

# A\*: Implementierungsaspekte

Einige praktische Anmerkungen für die Implementierung von A\*:

- häufiger Bug: kein Reopening implementiert, obwohl die Heuristik nicht konsistent ist
- häufiger Bug: Duplikatstest „zu früh“ (beim Erzeugen der Suchknoten)
- häufiger Bug: Zieltest „zu früh“ (beim Erzeugen der Suchknoten)
- all diese Bugs führen zum Verlust der Optimalität und können lange unentdeckt bleiben

Einführung  
oo

Gierige Bestensuche  
ooooo

A\*  
oooooooo

Weighted A\*  
●oo

Zusammenfassung  
oo

# Weighted A\*

# Weighted A\*

## Weighted A\*

A\* mit stärker gewichteter Heuristik:  $f(n) = g(n) + w \cdot h(n.state)$ ,  
wobei **Gewicht**  $w \in \mathbb{R}_0^+$  mit  $w \geq 1$  ein frei wählbarer Parameter ist

Anmerkung:  $w < 1$  ist denkbar, aber meist keine gute Idee  
([Warum nicht?](#))

# Weighted A\*: Eigenschaften

Gewichtsparameter kontrolliert “Gierigkeit” der Suche:

- $w = 0$ : wie uniforme Kostensuche
- $w = 1$ : wie A\*
- $w \rightarrow \infty$ : wie gierige Bestensuche

Mit  $w \geq 1$  analoge Eigenschaften zu A\*:

- *h* zulässig:  
gefundene Lösung garantiert höchstens Faktor  $w$  so teuer wie Optimum, wenn Reopening verwendet wird
- *h* konsistent und zulässig:  
gefundene Lösung garantiert höchstens Faktor  $w$  so teuer wie Optimum; kein Reopening nötig  
(ohne Beweis)

Einführung  
oo

Gierige Bestensuche  
ooooo

A\*  
oooooooo

Weighted A\*  
ooo

Zusammenfassung  
●○

# Zusammenfassung

# Zusammenfassung

Bestensuche als Graphensuche mit Bewertungsfunktion  $f$ :

- $f = h$ : **gierige Bestensuche**  
suboptimal, oft sehr schnell
- $f = g + h$ : **A\***  
optimal, wenn  $h$  zulässig und konsistent  
oder wenn  $h$  zulässig und **Reopening** verwendet wird
- $f = g + w \cdot h$ : **Weighted A\***  
für  $w \geq 1$  Suboptimalitätsfaktor höchstens  $w$   
unter den gleichen Bedingungen wie für Optimalität von A\*