Theorie der Informatik (CS 206)

M. Helmert, G. Röger
Frühjahrssemester 2014

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 10

Abgabe: 7. Mai

Hinweis: Für Abgaben, die ausschliesslich mit LaTeX erstellt wurden, gibt es einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie nur die resultierende PDF-Datei bzw. einen Ausdruck davon ab.

Aufgabe 10.1 (Aufzählungsfunktionen, 1+1+1 Punkte)

Sei $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$. Geben Sie totale und berechenbare Funktionen $f : \mathbb{N}_0 \to \Sigma^*$ an, die die folgenden Sprachen rekursiv aufzählen, und geben Sie jeweils die Funktionswerte $f(0)$, $f(1)$, ..., $f(5)$ an:

(a) $L_1 = \{\mathtt{a}^p\mathtt{b}^p\mathtt{c}^p \mid p \in \mathbb{N}_0, p \text{ ist eine Primzahl}\}$

(b) $L_2 = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0, m \geq n\}$

(c) $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält gleich viele } \mathtt{a} \text{ und } \mathtt{b}\text{s}\}$

Sie dürfen hierbei alle in der Vorlesung besprochenen berechenbaren Funktionen verwenden.

Aufgabe 10.2 (Rekursive Aufzählbarkeit und Vereinigung, 2 Punkte)

Seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ Sprachen, die durch die totalen und berechenbaren Funktionen $f_A, f_B : \mathbb{N}_0 \to \Sigma^*$ aufgezählt werden. Geben Sie eine totale und berechenbare Funktion $f_{A\cup B} : \mathbb{N}_0 \to \Sigma^*$ an, die $A \cup B$ aufzählt, und beweisen Sie, dass diese die gewünschte Eigenschaft hat.

Aufgabe 10.3 (Entscheidbarkeit und Semi-Entscheidbarkeit, 1+1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? Geben Sie einen kurzen Beweis (1 Satz) oder ein Gegenbeispiel an. Sie dürfen alle Ergebnisse der Vorlesung verwenden.

(a) Jede entscheidbare Sprache ist semi-entscheidbar.

(b) Jede semi-entscheidbare Sprache ist entscheidbar.

(c) Wenn A entscheidbar ist, ist auch $\bar{A}$ entscheidbar.

(d) Jede reguläre Sprache ist entscheidbar.

(e) Jede entscheidbare Sprache ist regulär.