

# Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

## 33. Handlungsplanung: Delete-Relaxierungs-Heuristiken

Malte Helmert

Universität Basel

9. Mai 2014

# Handlungsplanung: Überblick

## Kapitelüberblick:

- 30. Einführung
- 31. Planungsformalismen
- 32.–33. Planungsheuristiken: Delete-Relaxierung
  - 32. Delete-Relaxierung
  - 33. Delete-Relaxierungs-Heuristiken
- 34.–35. Planungsheuristiken: Abstraktion
- 36.–37. Planungsheuristiken: Landmarken

Relaxierte Planungsgraphen  
●○○○○○○

Maximums- und additive Heuristik  
○○○○○○○

FF-Heuristik  
○○○○○

Zusammenfassung  
○○

# Relaxierte Planungsgraphen

# Relaxierte Planungsgraphen

- relaxierte Planungsgraphen: repräsentieren, welche Variablen in  $\Pi^+$  wie erreicht werden können
- Graphen mit Variablenebenen  $V^i$  und Aktionsebenen  $A^i$ 
  - Variableebene  $V^0$  enthält Knoten  $v^0$  für jedes  $v \in I$
  - Aktionsebene  $A^{i+1}$  enthält Knoten  $a^{i+1}$  für Aktion  $a$ , wenn  $V^i$  den Knoten  $v^i$  für alle  $v \in pre(a)$  enthält
  - Variableebene  $V^{i+1}$  enthält Knoten  $v^{i+1}$  wenn vorige Variablenebene  $v^i$  enthält oder vorige Aktionsebene ein  $a^{i+1}$  mit  $v \in add(a)$  enthält

# Relaxierte Planungsgraphen (Fortsetzung)

- **Zielknoten**  $G^i$ , wenn  $v^i \in V^i$  für alle  $v \in G$
- Graph kann für beliebig viele Ebenen konstruiert werden, wird aber nach endlich vielen Ebenen **stabil**  
 $\rightsquigarrow V^{i+1} = V^i$  und  $A^{i+1} = A^i$  ([Warum?](#))
- gerichtete Kanten:
  - von  $v^i$  zu  $a^{i+1}$  wenn  $v \in pre(a)$  (**Vorbedingungskanten**)
  - von  $a^i$  zu  $v^i$ , wenn  $v \in add(a)$  (**Effektkanten**)
  - von  $v^i$  zu  $G^i$ , wenn  $v \in G$  (**Zielkanten**)
  - von  $v^i$  zu  $v^{i+1}$  (**No-Op-Kanten**)

# Illustrierendes Beispiel

Schreibe im Folgenden Aktionen  $a$  mit  $pre(a) = \{p_1, \dots, p_k\}$ ,  
 $add(a) = \{a_1, \dots, a_l\}$ ,  $del(a) = \emptyset$  und  $cost(a) = c$   
als  $\langle p_1, \dots, p_k \rightarrow a_1, \dots, a_l \rangle_c$

$$V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$I = \{a\}$$

$$G = \{c, d, e, f, g\}$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$$

$$a_1 = \langle a \rightarrow b, c \rangle_3$$

$$a_2 = \langle a, c \rightarrow d \rangle_1$$

$$a_3 = \langle b, c \rightarrow e \rangle_1$$

$$a_4 = \langle b \rightarrow f \rangle_1$$

$$a_5 = \langle d \rightarrow e, f \rangle_1$$

$$a_6 = \langle d \rightarrow g \rangle_1$$

## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph

$a^0$

$b^0$

$c^0$

$d^0$

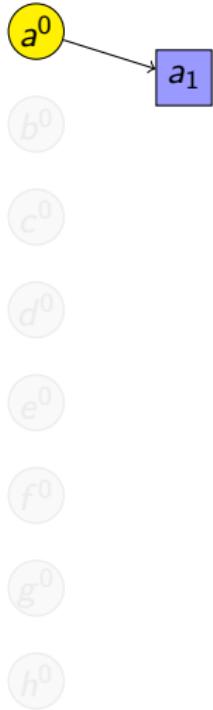
$e^0$

$f^0$

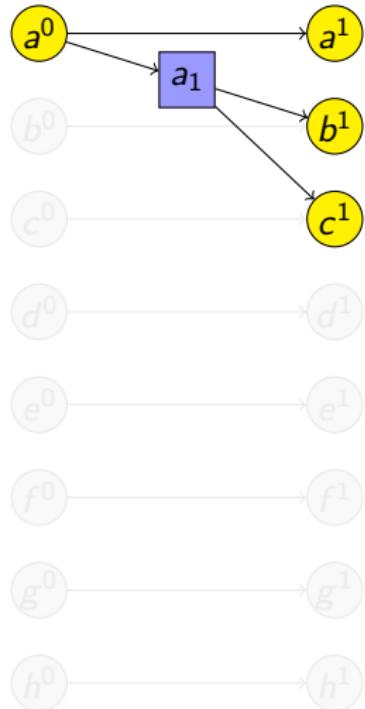
$g^0$

$h^0$

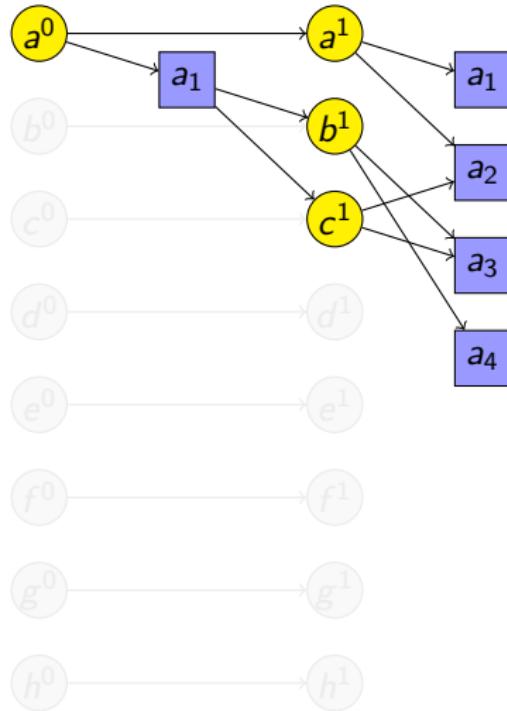
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



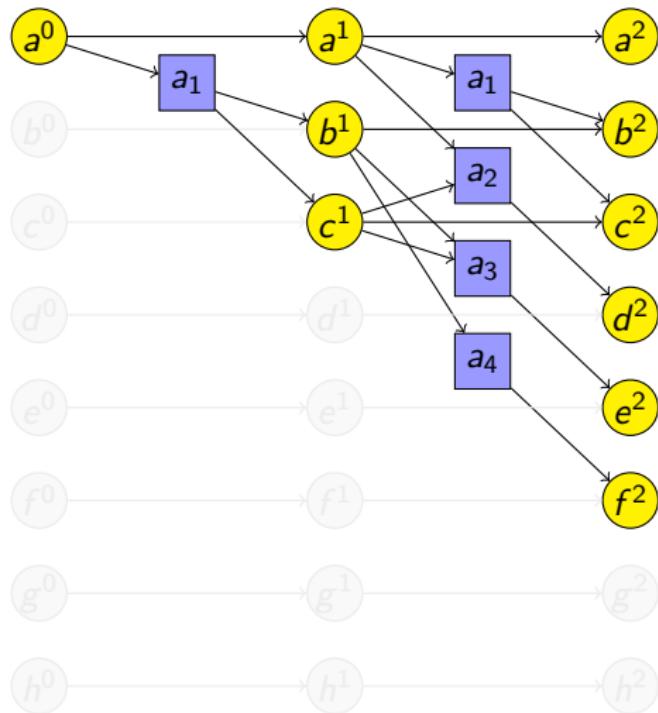
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



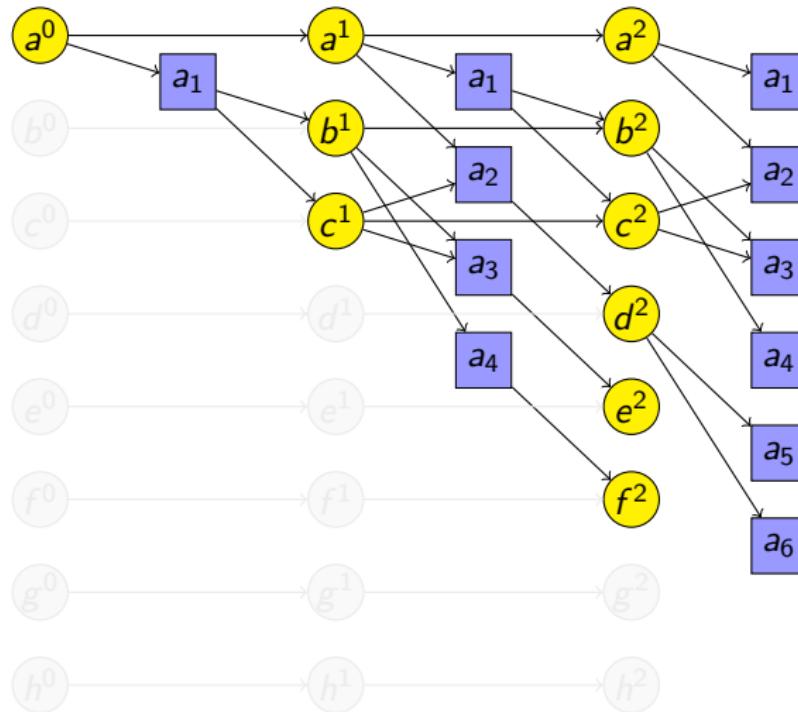
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



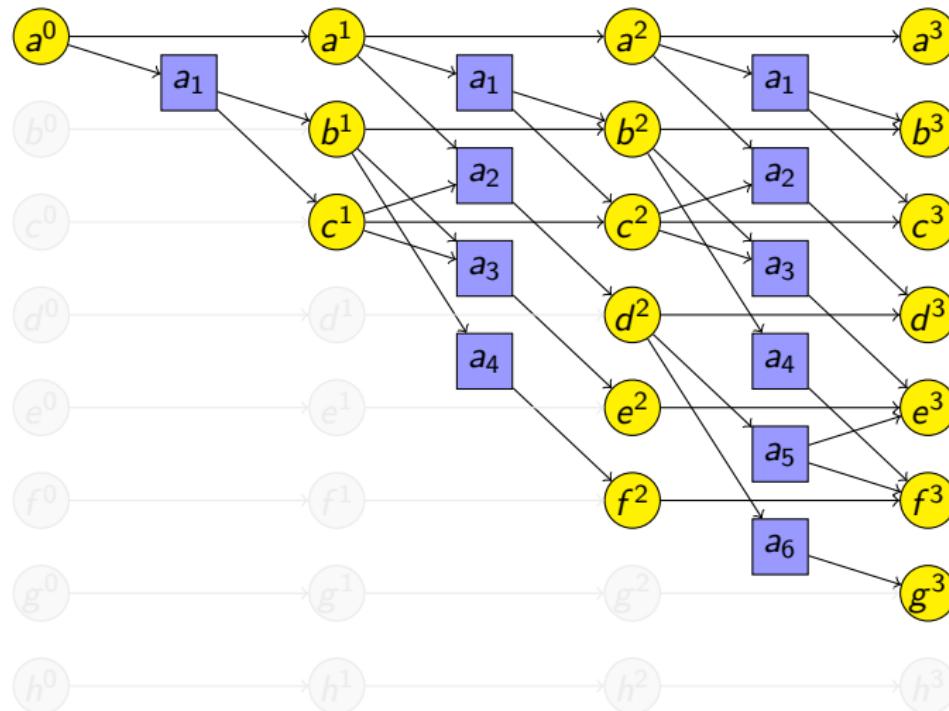
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



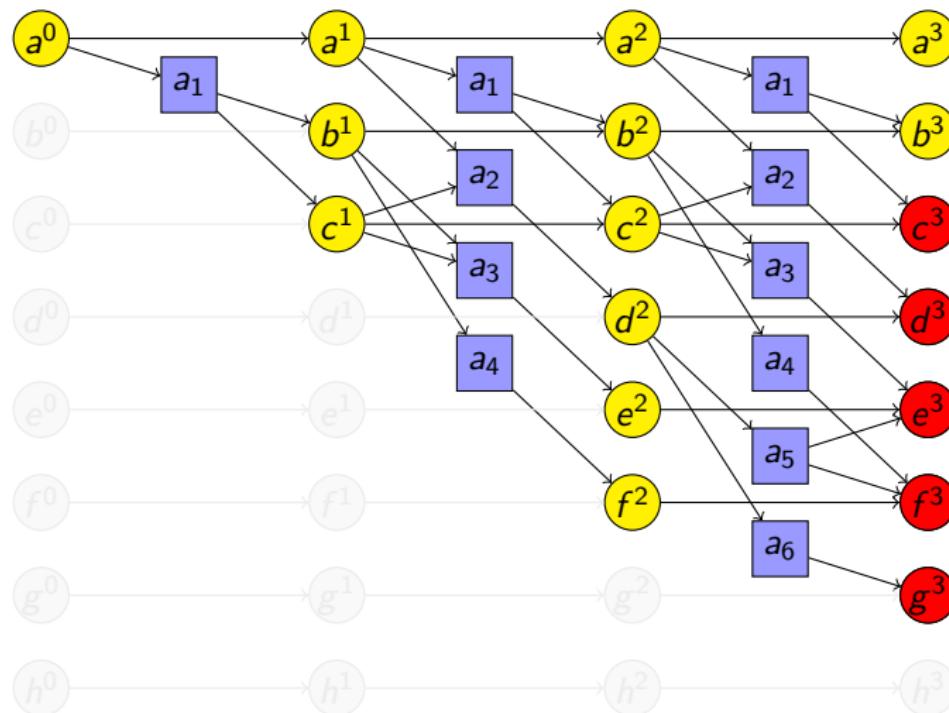
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



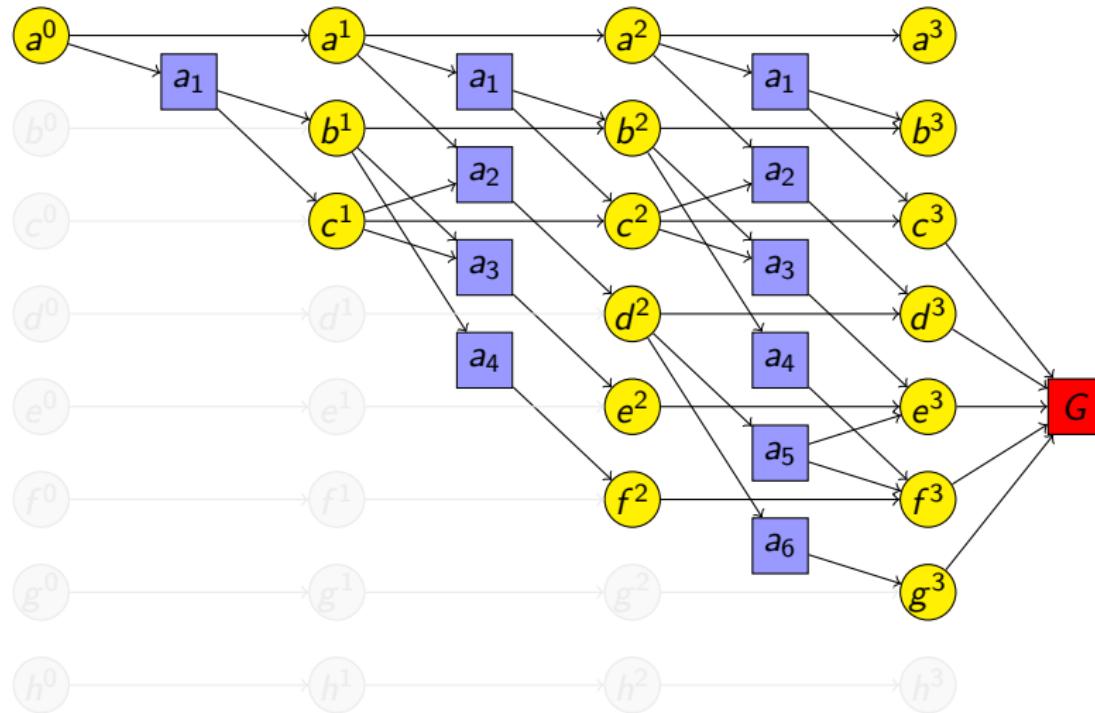
## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



## Illustrierendes Beispiel: relaxierter Planungsgraph



# Generische Relaxierter-Planungsgraph-Heuristik

## Heuristikwerte aus relaxierten Planungsgraphen

```
function generic-rpg-heuristic( $\langle V, I, G, A \rangle, s$ ):  
     $\Pi^+ := \langle V, s, G, A^+ \rangle$   
    for  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ :  
         $rpg := RPG_k(\Pi^+)$       [relaxed planning graph to layer  $k$ ]  
        if  $rpg$  contains a goal node:  
            Annotate nodes of  $rpg$ .  
            if termination criterion is true:  
                return heuristic value from annotations  
        else if graph has stabilized:  
            return  $\infty$ 
```

- ~~~ allgemeines Muster für RPG-Heuristiken
- ~~~ für konkrete Heuristik: hervorgehobene Stellen ausfüllen

# Konkrete Beispiele für die generische RPG-Heuristik

Viele Planungsheuristiken passen in dieses allgemeine Muster.

In dieser Vorlesung:

- Maximums-Heuristik  $h^{\max}$  (Bonet & Geffner, 1999)
- additive Heuristik  $h^{\text{add}}$  (Bonet, Loerincs & Geffner, 1997)
- FF-Heuristik  $h^{\text{FF}}$  (Hoffmann & Nebel, 2001)  
in der Variante von Keyder & Geffner (2008)

Anmerkung:

- Die effizientesten Implementierungen dieser Heuristiken verwenden keine relaxierten Planungsgraphen, sondern alternative (äquivalente) Definitionen.

Relaxierte Planungsgraphen  
oooooooo

Maximums- und additive Heuristik  
●oooooooo

FF-Heuristik  
ooooo

Zusammenfassung  
oo

# Maximums- und additive Heuristik

# Maximums- und additive Heuristik

- $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$  sind die einfachsten RPG-Heuristiken
- Knotenannotationen sind **Kostenwerte** (= Zahlen)
- Die Kosten eines Knoten schätzen, wie teuer es ist,
  - eine gegebene Variable wahr zu machen
  - eine gegebene Aktion zu erreichen und auszuführen
  - das Ziel zu erreichen

# Maximums- und additive Heuristik: ausgefülltes Muster

$h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$

Berechnung der Annotationen:

- Kosten von Variablenknoten:  
0 in Ebene 0; sonst **Minimum** der Kosten der Vorgängerknoten
- Kosten von Aktions- und Zielknoten:  
**Maximum** ( $h^{\max}$ ) bzw. **Summe** ( $h^{\text{add}}$ )  
der Kosten der Vorgängerknoten;  
bei Aktionsknoten  $a^i$  addiere zusätzlich  $\text{cost}(a)$

Terminierungskriterium:

- **Stabilität:** terminiere, wenn  $V^i = V^{i-1}$  und Kosten aller Knoten in  $V^i$  gleich Kosten entsprechender Knoten in  $V^{i-1}$

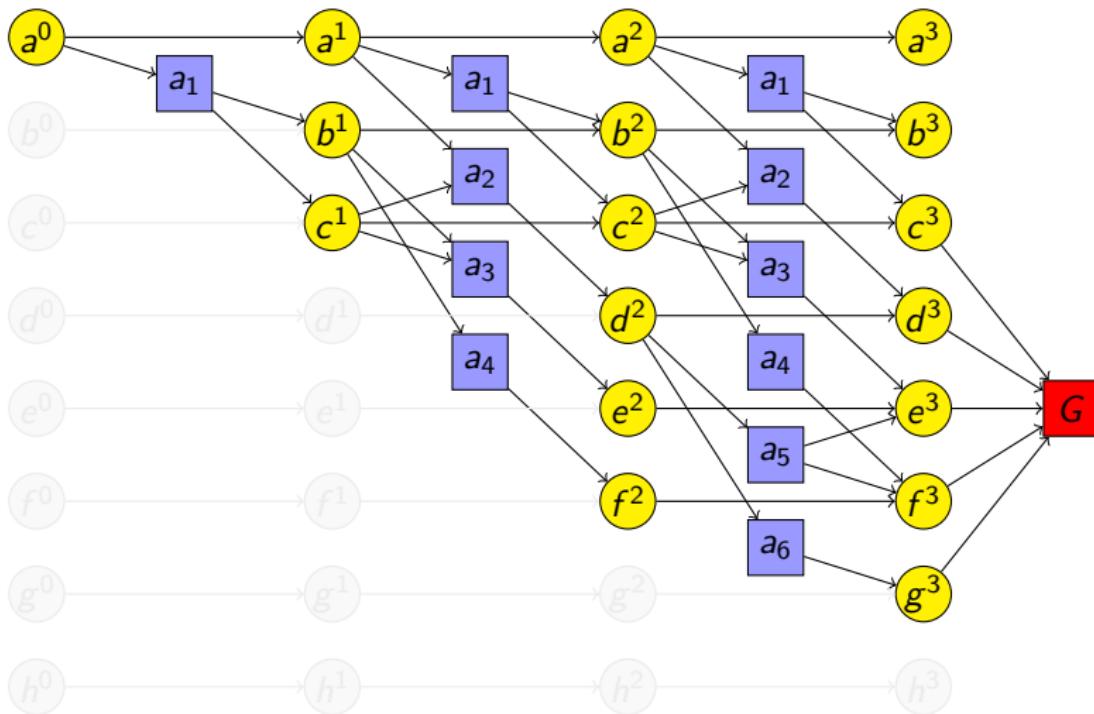
Heuristikwert:

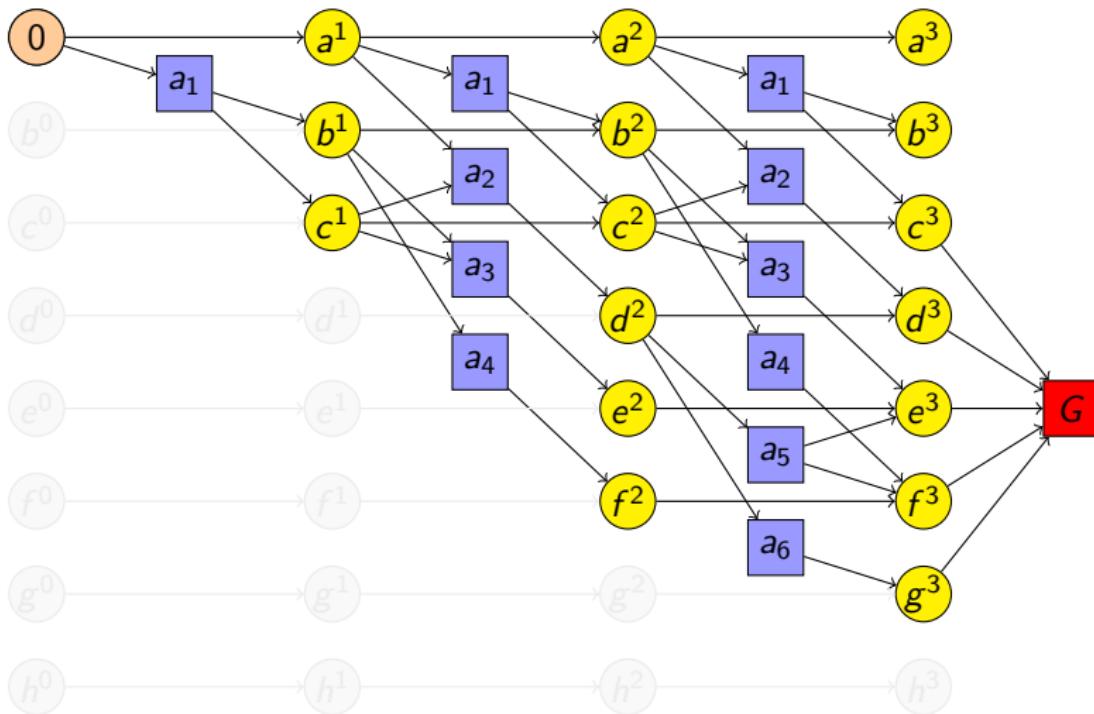
- der Wert des Zielknotens in der letzten Ebene

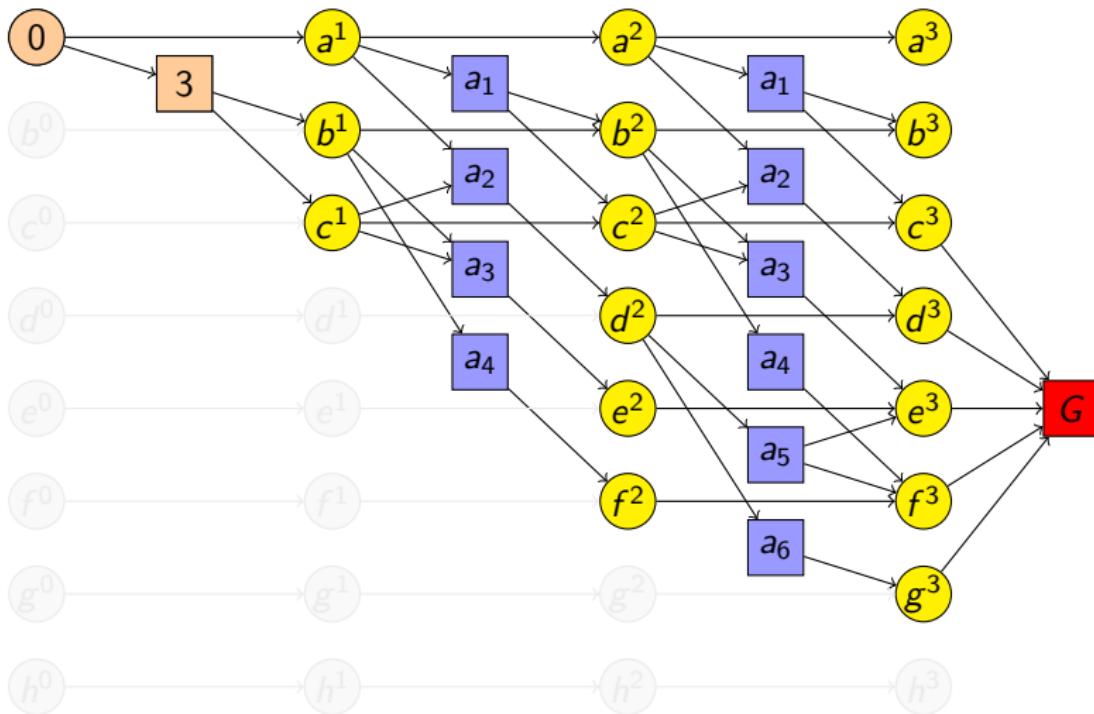
# Maximums- und additive Heuristik: Intuition

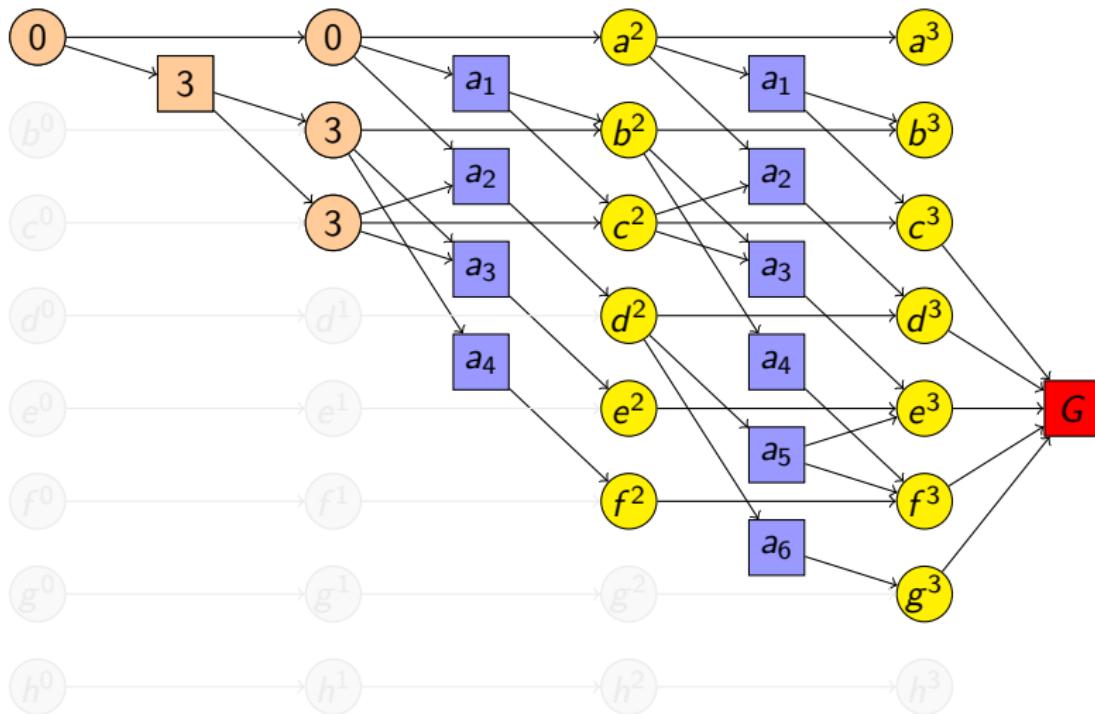
## Intuition:

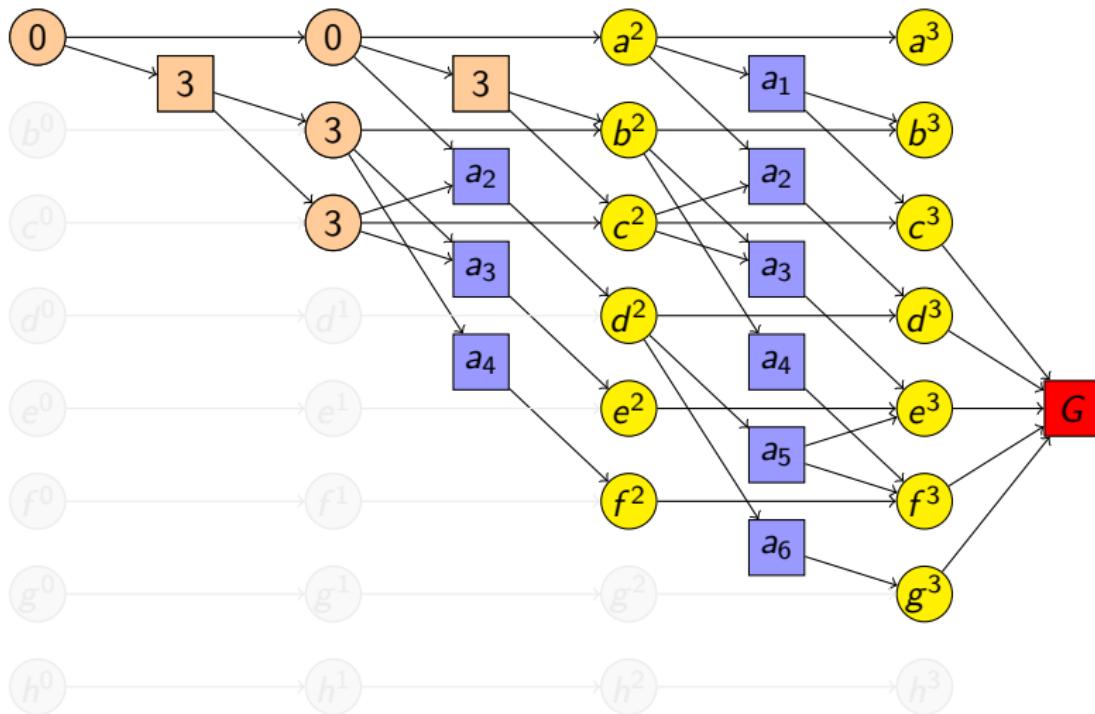
- **Variablenknoten:**
  - wähle **billigste** Möglichkeit, die Variable zu erreichen
- **Aktionsknoten/Zielknoten:**
  - $h^{\max}$  ist **optimistisch**:  
wenn wir die **teuerste** Vorbedingung erreichen,  
können wir nebenbei die anderen Vorbedingungen erreichen  
(daher Maximierung über Kosten)
  - $h^{\text{add}}$  ist **pessimistisch**:  
alle Bedingungen müssen komplett unabhängig voneinander  
erreicht werden (daher Summierung über Kosten)

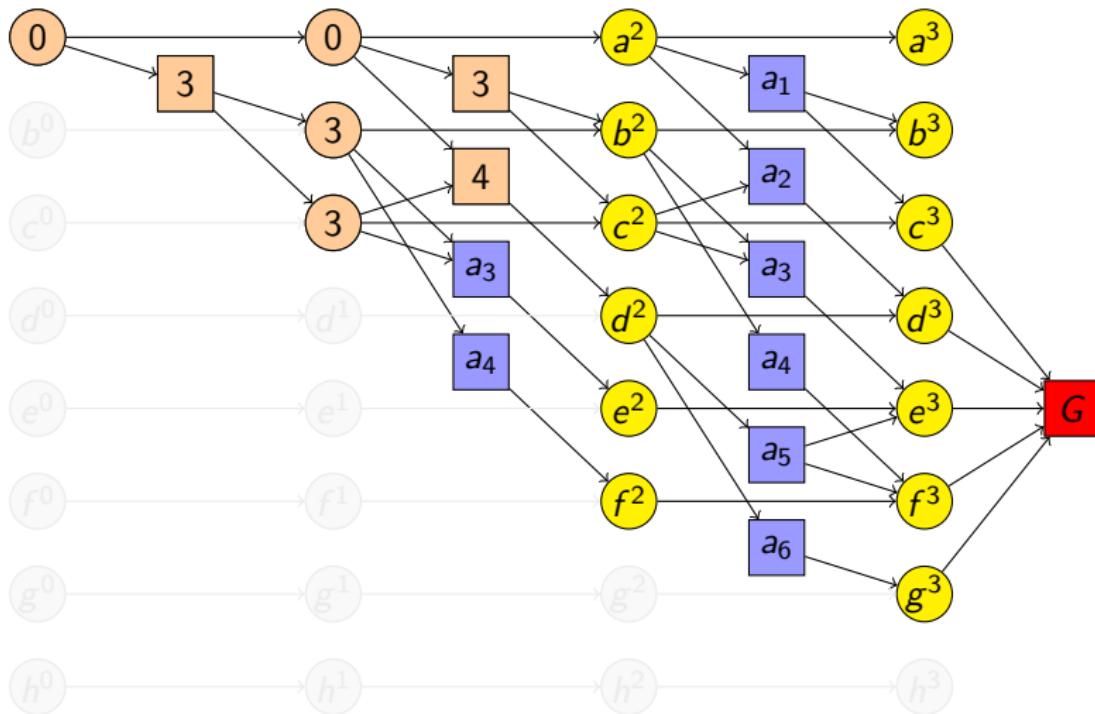
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

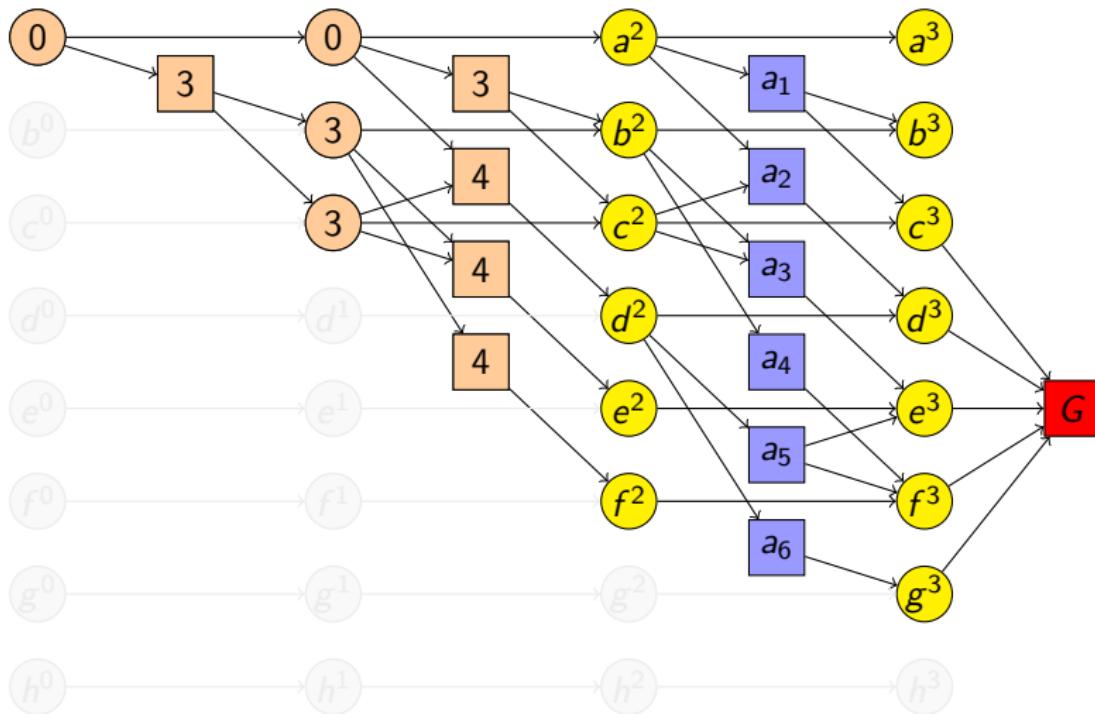
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

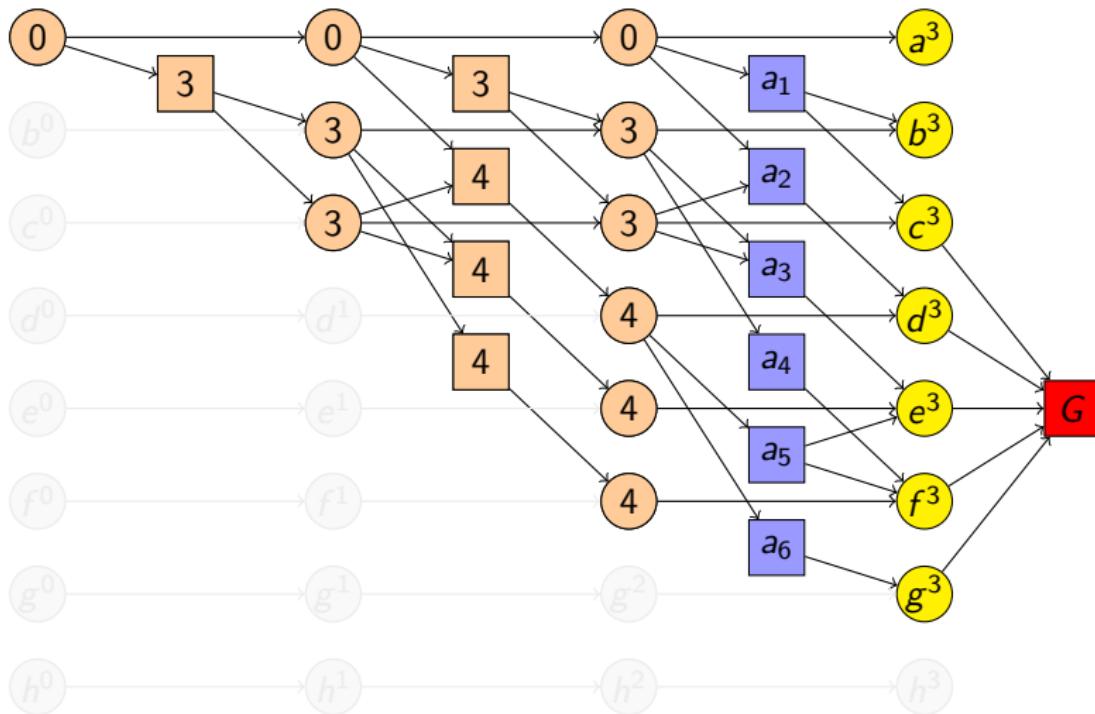
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

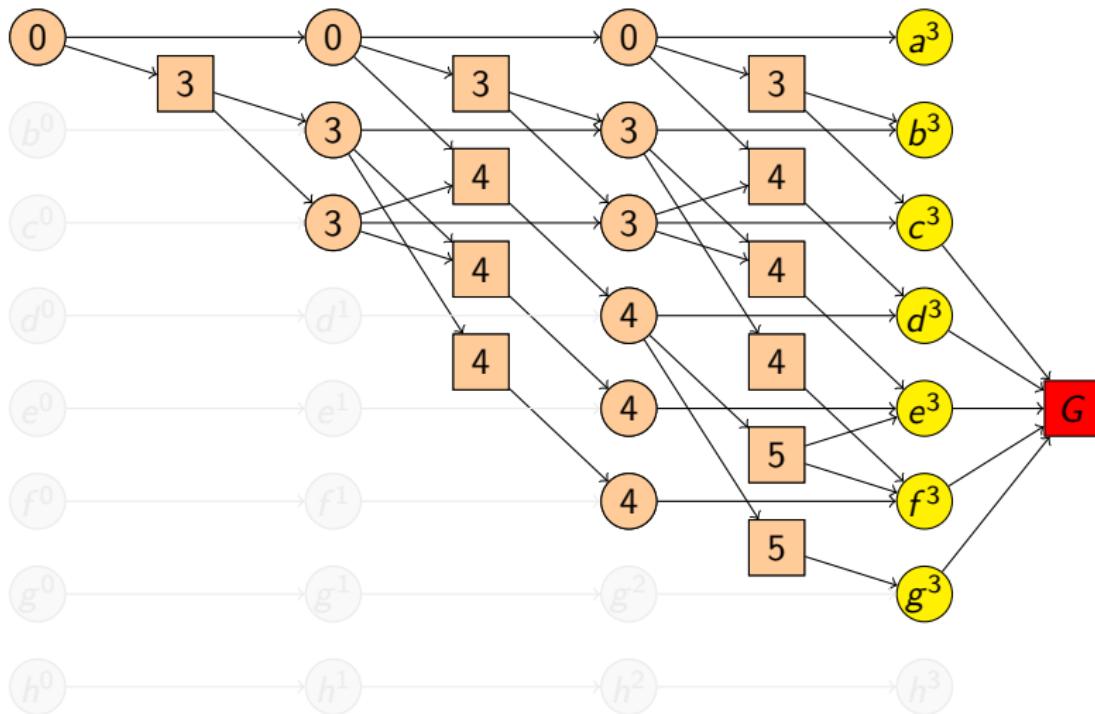
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

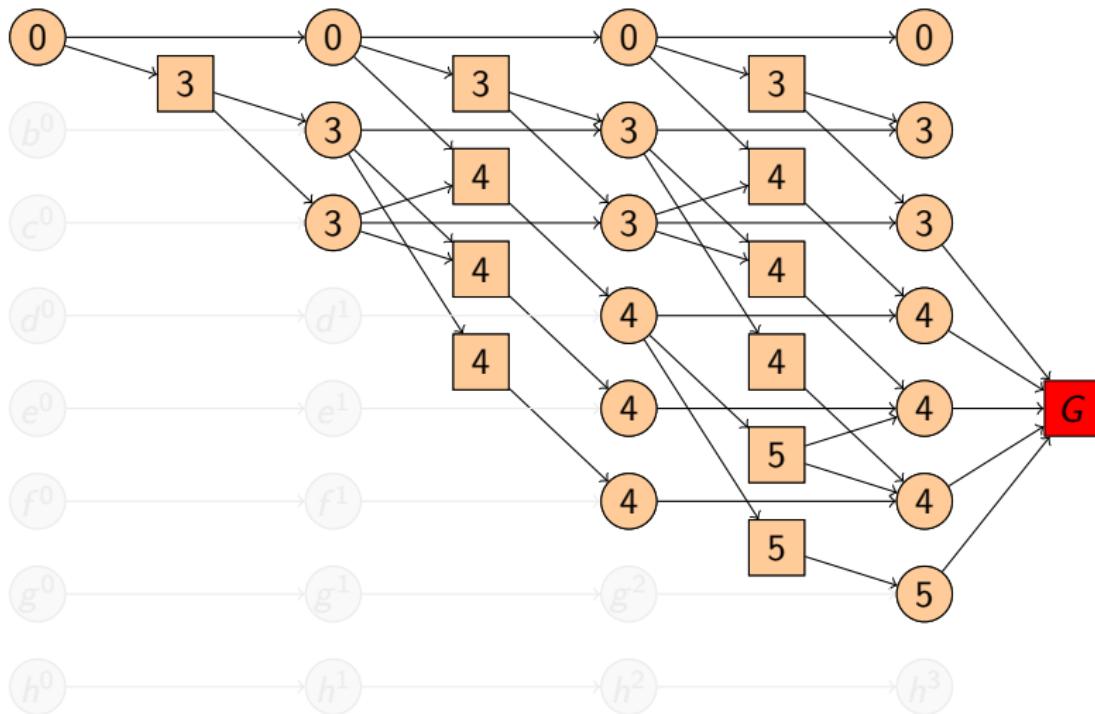
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

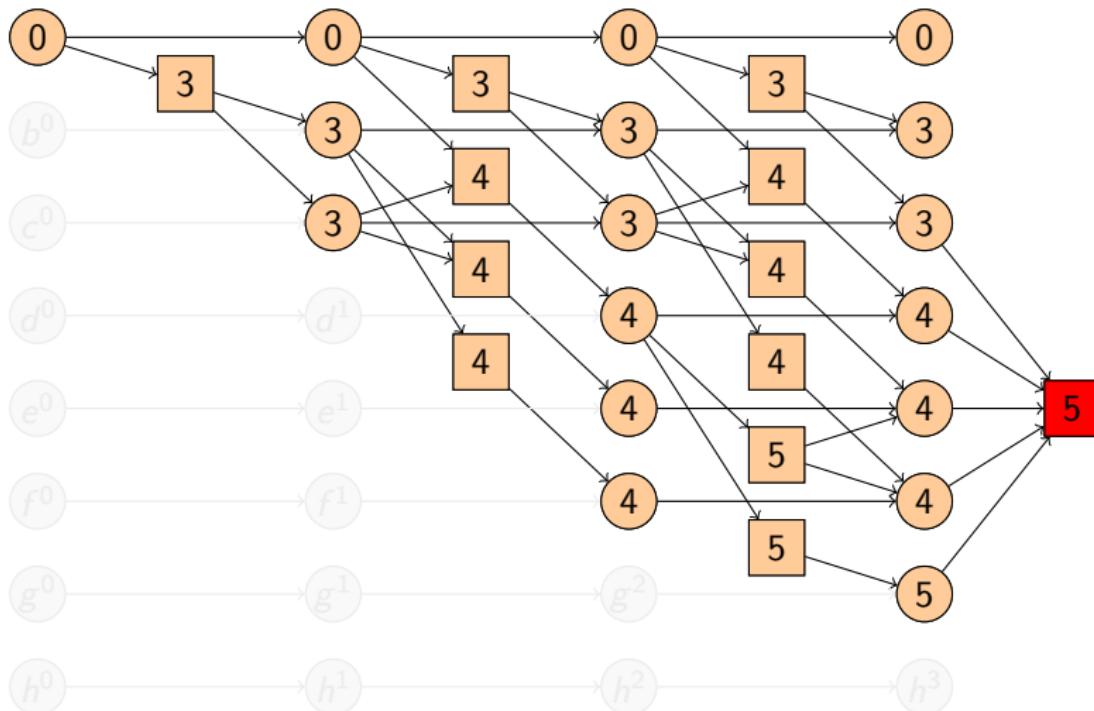
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

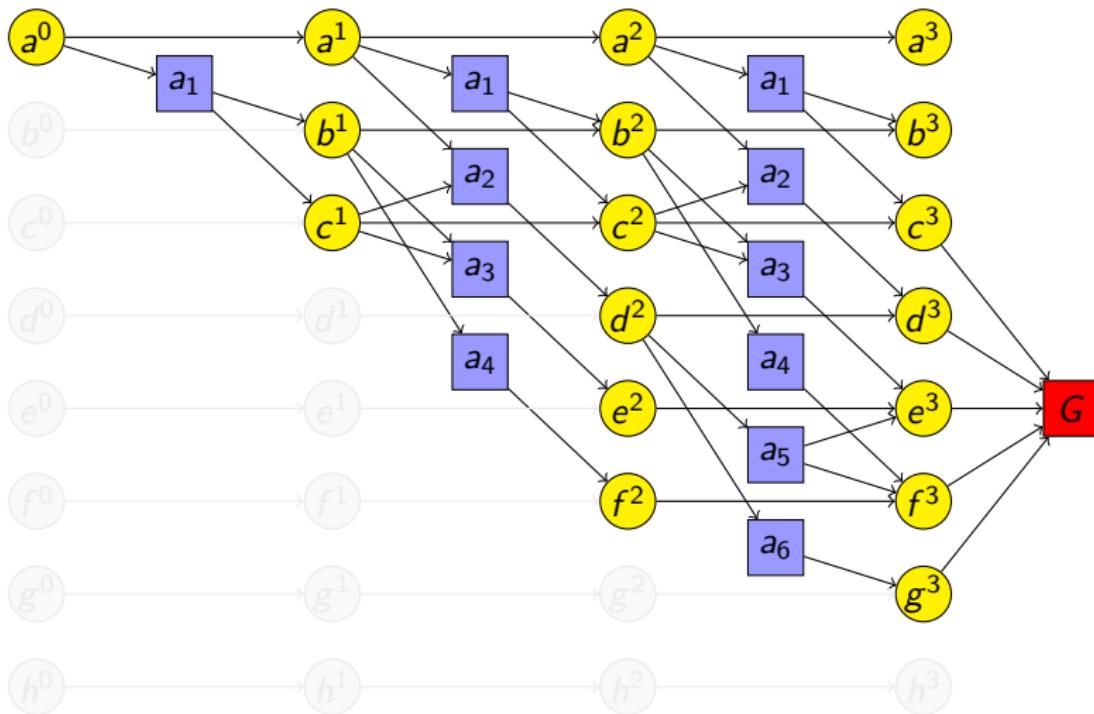
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

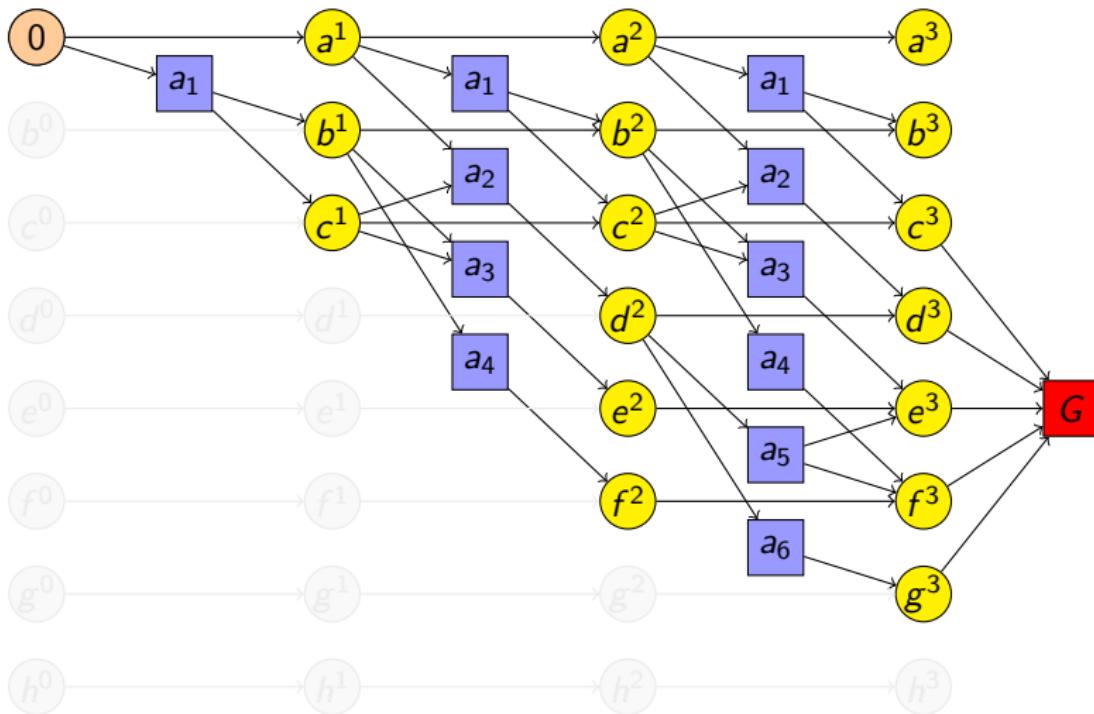
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

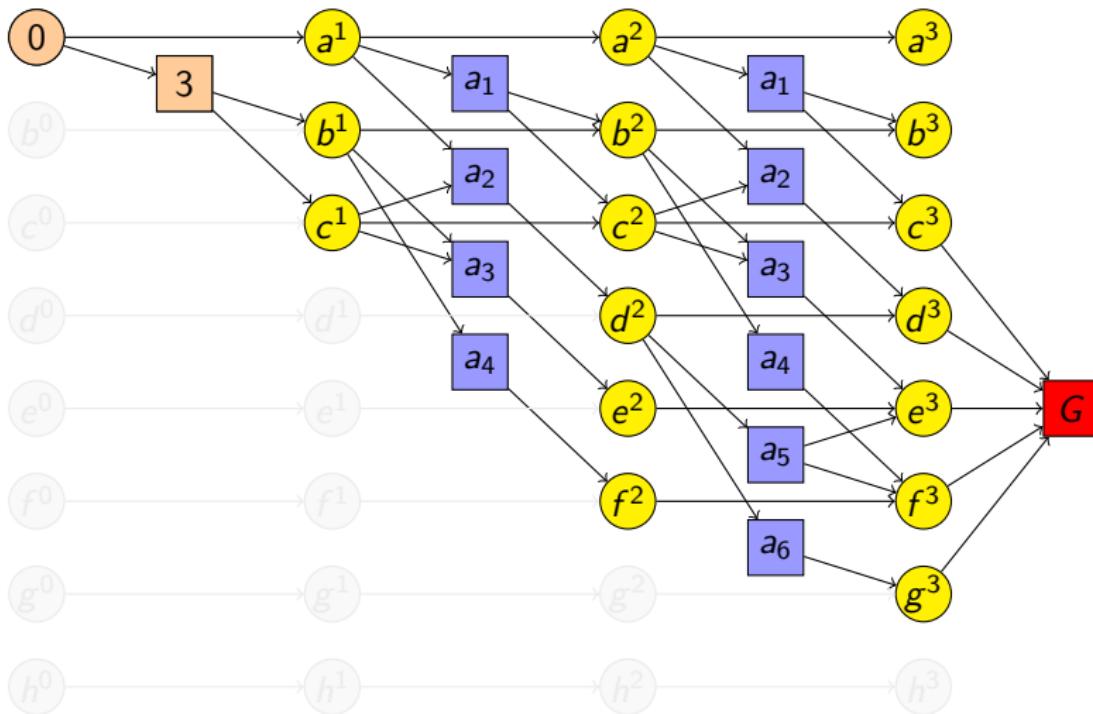
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

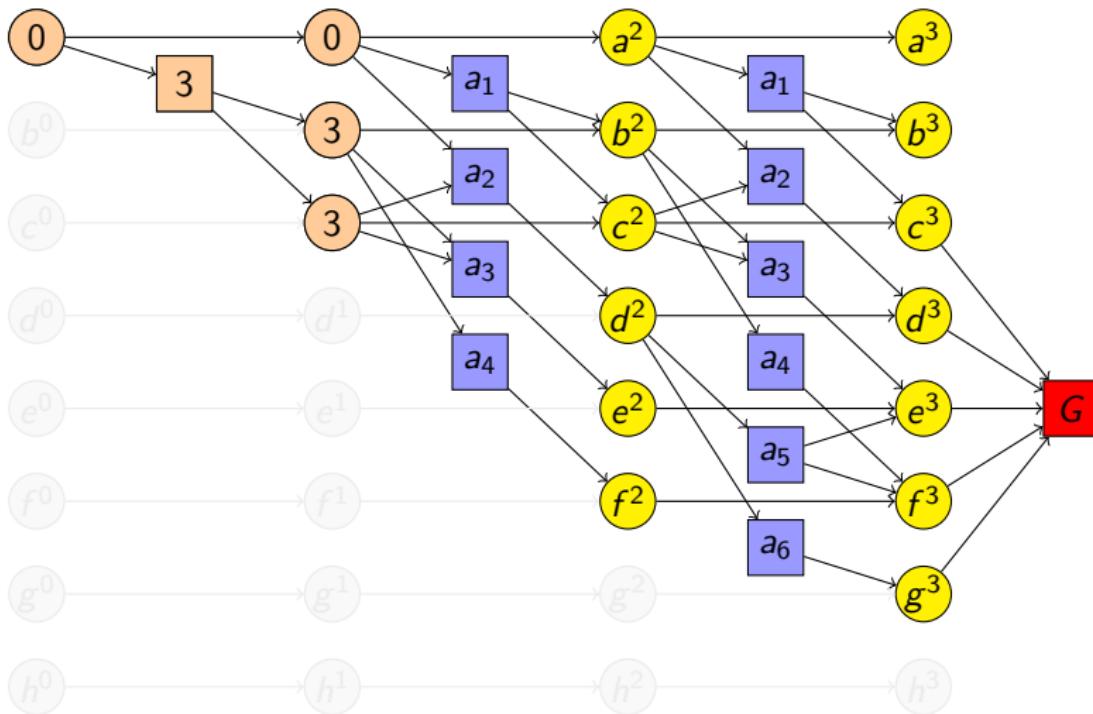
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\max}$ 

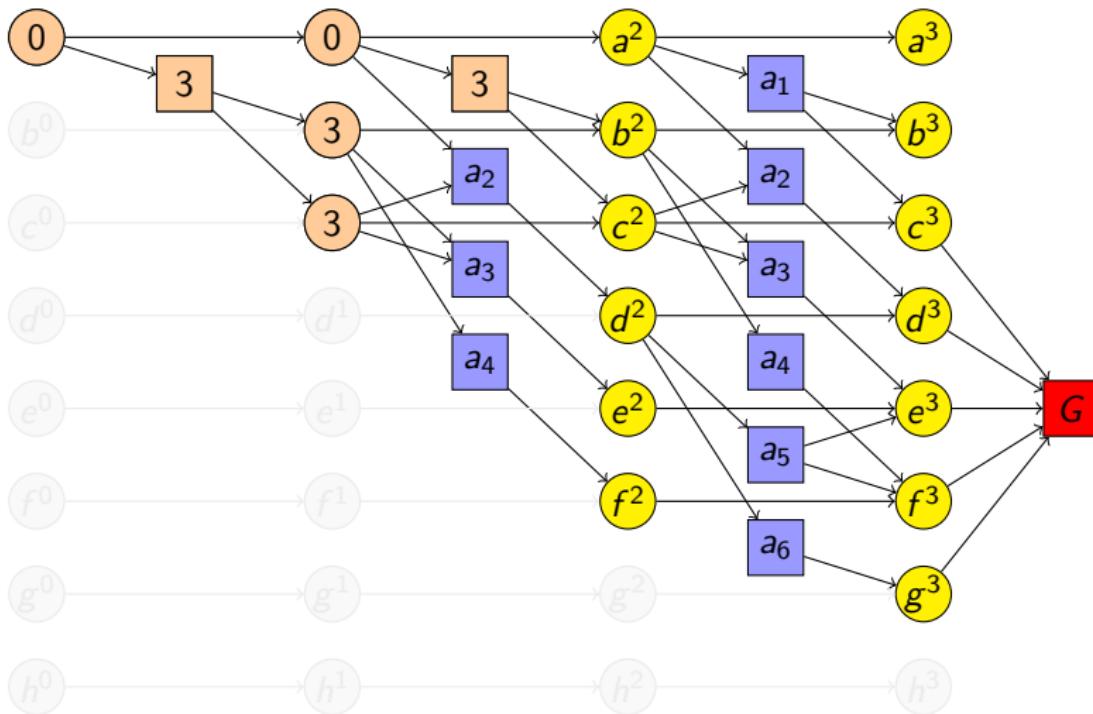
$$h^{\max}(\{a\}) = 5$$

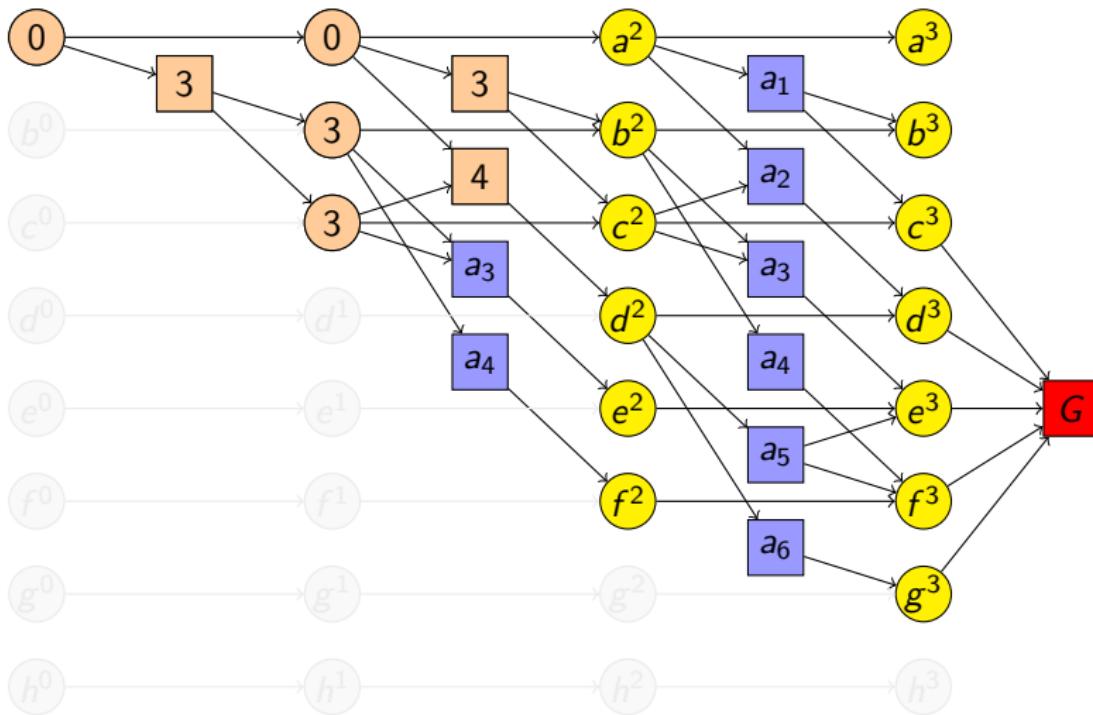
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

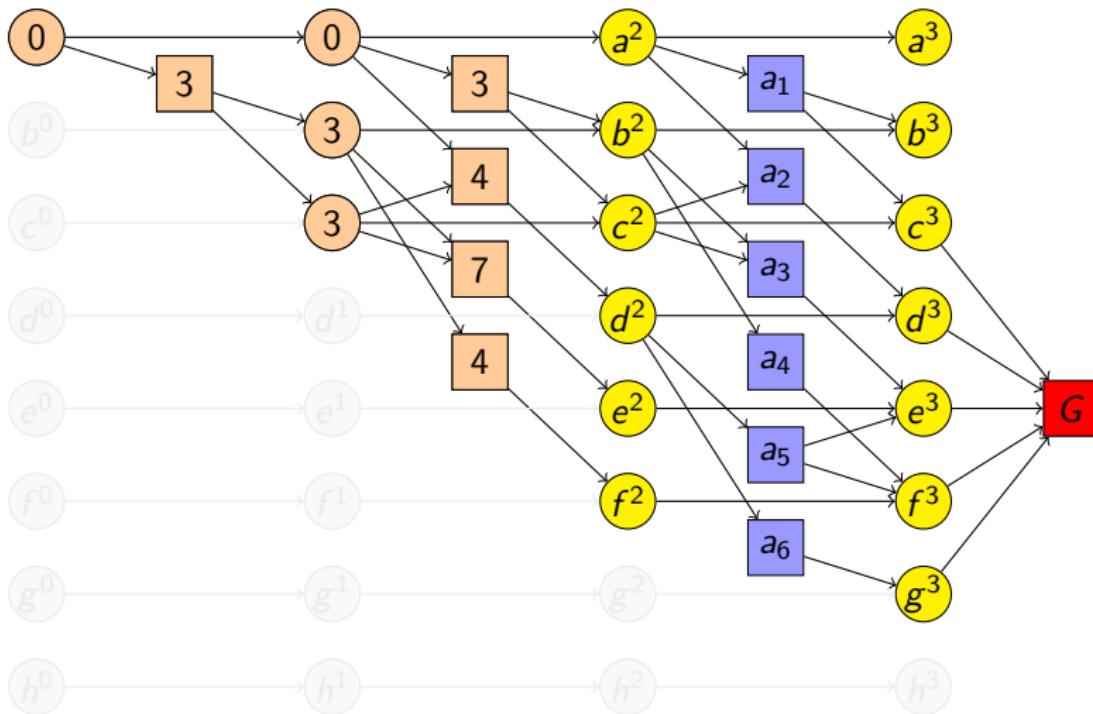
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

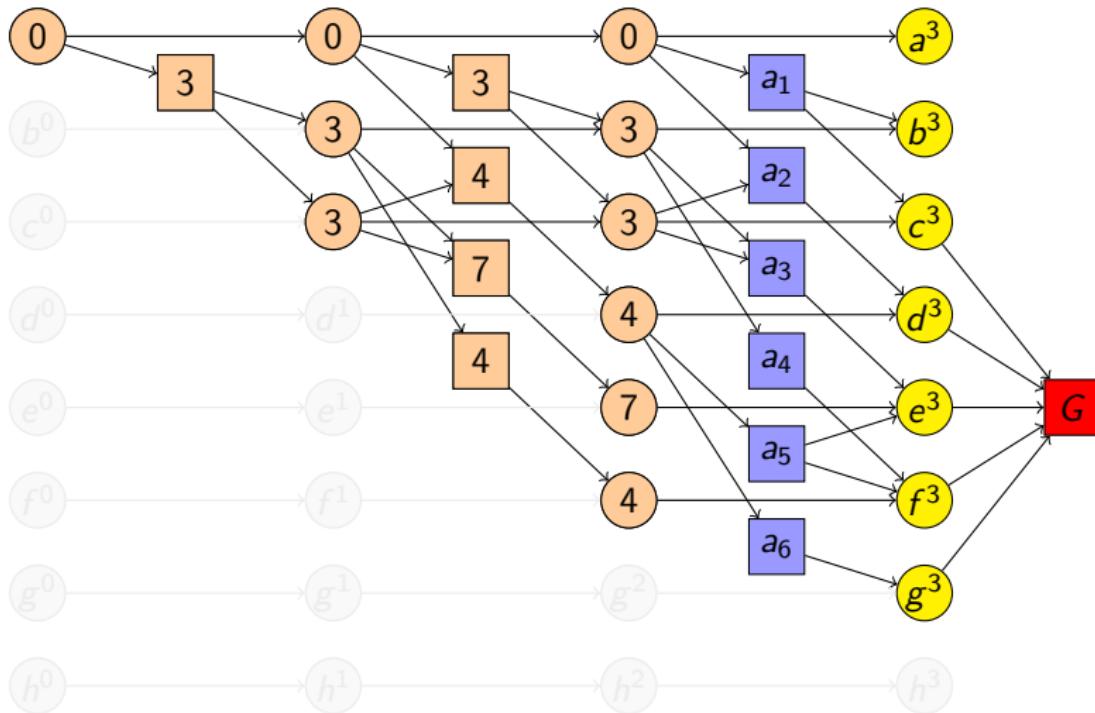
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

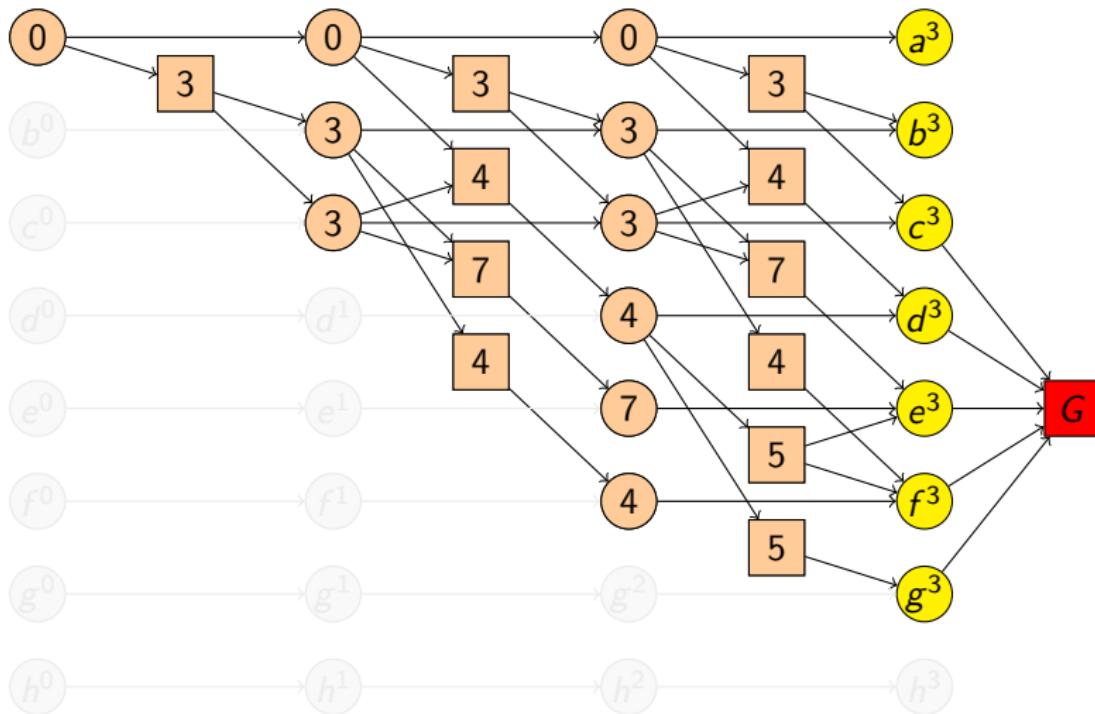
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

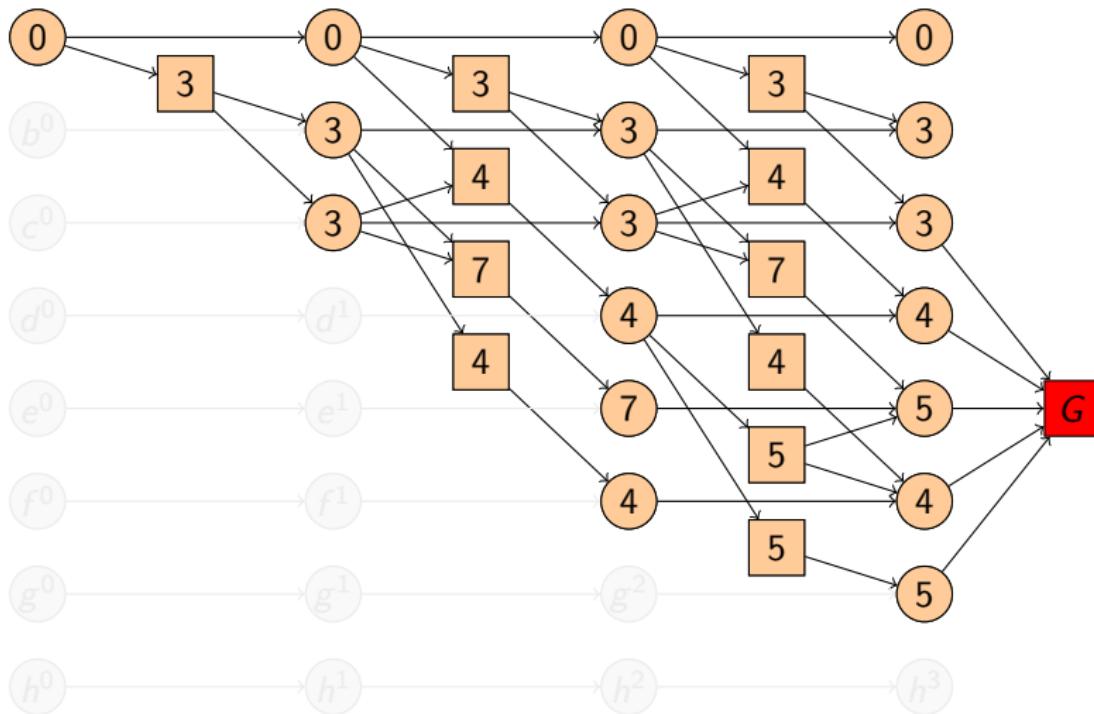
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

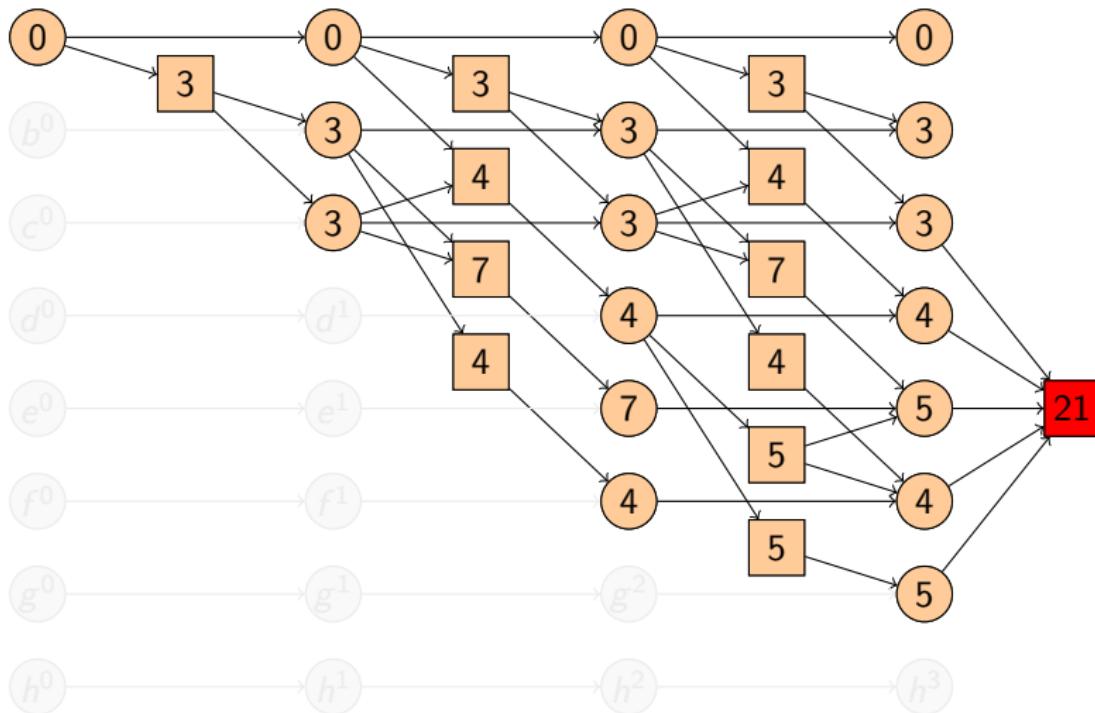
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{add}}$ 

$$h^{\text{add}}(\{a\}) = 21$$

## Bemerkungen zu $h^{\max}$ und $h^{\text{add}}$

Vergleich von  $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$ :

- beide sind sicher und zielerkennend
- $h^{\max}$  ist zulässig und konsistent;  $h^{\text{add}}$  nicht
- ~ $\rightsquigarrow h^{\text{add}}$  nicht für **optimale** Handlungsplanung geeignet

## Bemerkungen zu $h^{\max}$ und $h^{\text{add}}$

Vergleich von  $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$ :

- beide sind sicher und zielerkennend
- $h^{\max}$  ist zulässig und konsistent;  $h^{\text{add}}$  nicht
- ~ $\rightsquigarrow h^{\text{add}}$  nicht für **optimale** Handlungsplanung geeignet
- Dafür ist  $h^{\text{add}}$  meist **sehr viel informativer** als  $h^{\max}$ .  
Gierige Bestensuche mit  $h^{\text{add}}$  ist ein brauchbarer Algorithmus.

## Bemerkungen zu $h^{\max}$ und $h^{\text{add}}$

Vergleich von  $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$ :

- beide sind sicher und zielerkennend
- $h^{\max}$  ist zulässig und konsistent;  $h^{\text{add}}$  nicht
- ~ $\rightsquigarrow h^{\text{add}}$  nicht für **optimale** Handlungsplanung geeignet
- Dafür ist  $h^{\text{add}}$  meist **sehr viel informativer** als  $h^{\max}$ .  
Gierige Bestensuche mit  $h^{\text{add}}$  ist ein brauchbarer Algorithmus.
- Neben der mangelnden Zulässigkeit ist ein Problem von  $h^{\text{add}}$ , dass es oft **sehr stark** die Kosten überschätzt, weil es **positive Synergien** zwischen Teilzielen nicht erkennt.

# Bemerkungen zu $h^{\max}$ und $h^{\text{add}}$

Vergleich von  $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$ :

- beide sind sicher und zielerkennend
- $h^{\max}$  ist zulässig und konsistent;  $h^{\text{add}}$  nicht
  - ~~>  $h^{\text{add}}$  nicht für **optimale** Handlungsplanung geeignet
- Dafür ist  $h^{\text{add}}$  meist **sehr viel informativer** als  $h^{\max}$ .  
Gierige Bestensuche mit  $h^{\text{add}}$  ist ein brauchbarer Algorithmus.
- Neben der mangelnden Zulässigkeit ist ein Problem von  $h^{\text{add}}$ , dass es oft **sehr stark** die Kosten überschätzt, weil es **positive Synergien** zwischen Teilzielen nicht erkennt.
- ~~> FF-Heuristik

Relaxierte Planungsgraphen  
oooooooo

Maximums- und additive Heuristik  
oooooooo

FF-Heuristik  
●oooo

Zusammenfassung  
oo

# FF-Heuristik

# FF-Heuristik

## Die FF-Heuristik

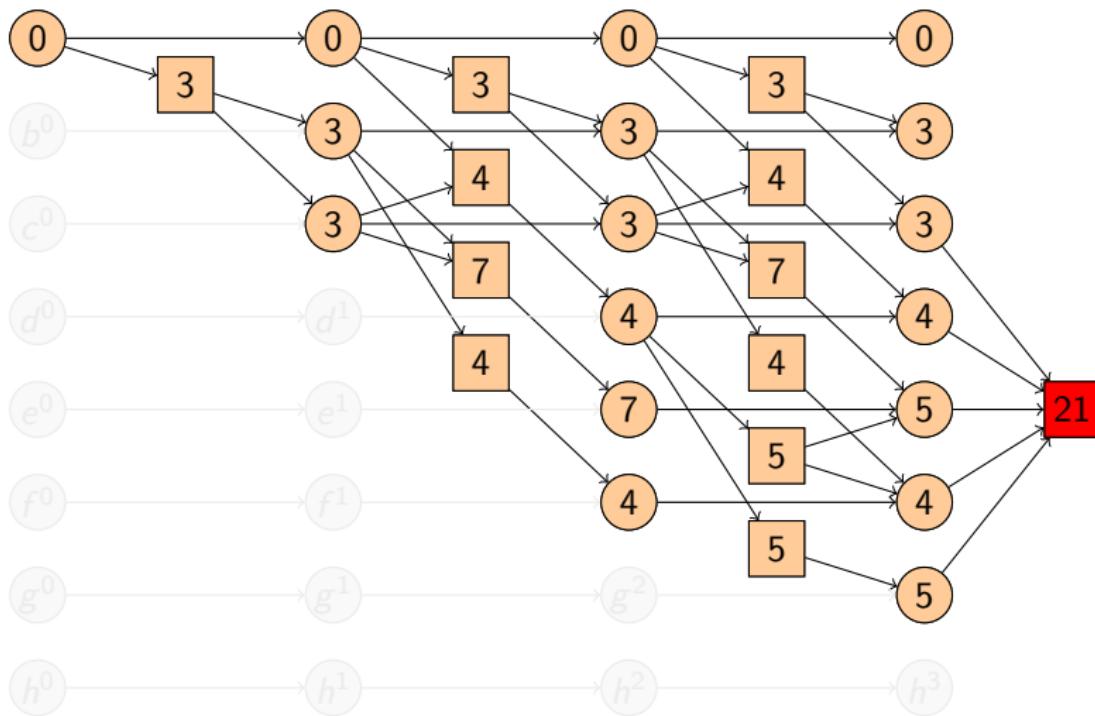
identisch zu  $h^{\text{add}}$ , aber **zusätzliche Schritte** am Ende:

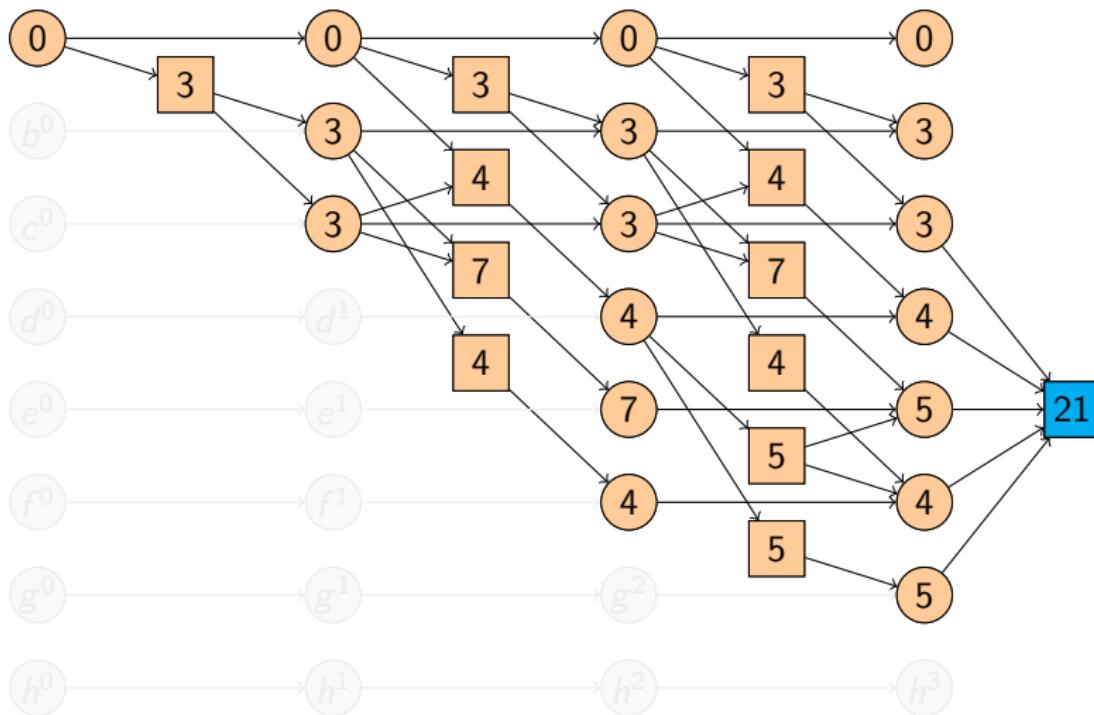
- **Markiere** Zielknoten der letzten Graphebene.
- Wende folgende **Markierungsregeln** an, bis nichts mehr zu tun:
  - Aktions- oder Zielknoten markiert?  
~~ markiere **alle** Vorgänger
  - Variablenknoten  $v^i$  in Ebene  $i \geq 1$  markiert?  
~~ markiere **einen** Vorgänger mit **minimalem**  $h^{\text{add}}$ -Wert  
(Tie-Breaking: bevorzuge Variablenknoten; sonst beliebig)

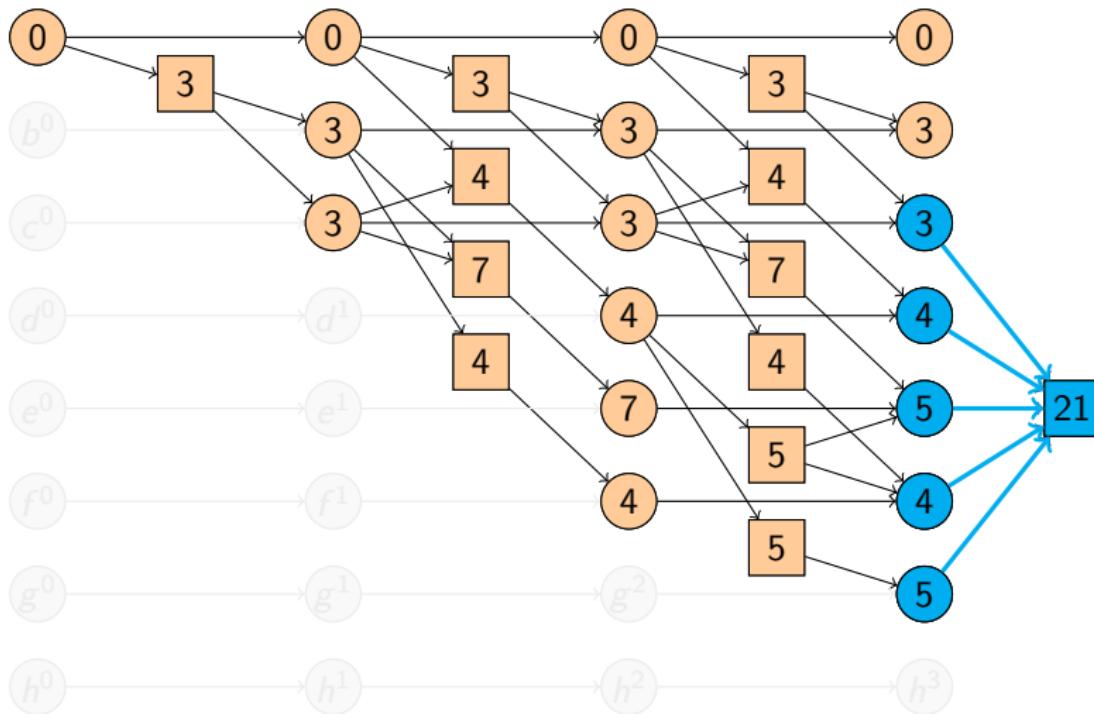
### Heuristikwert:

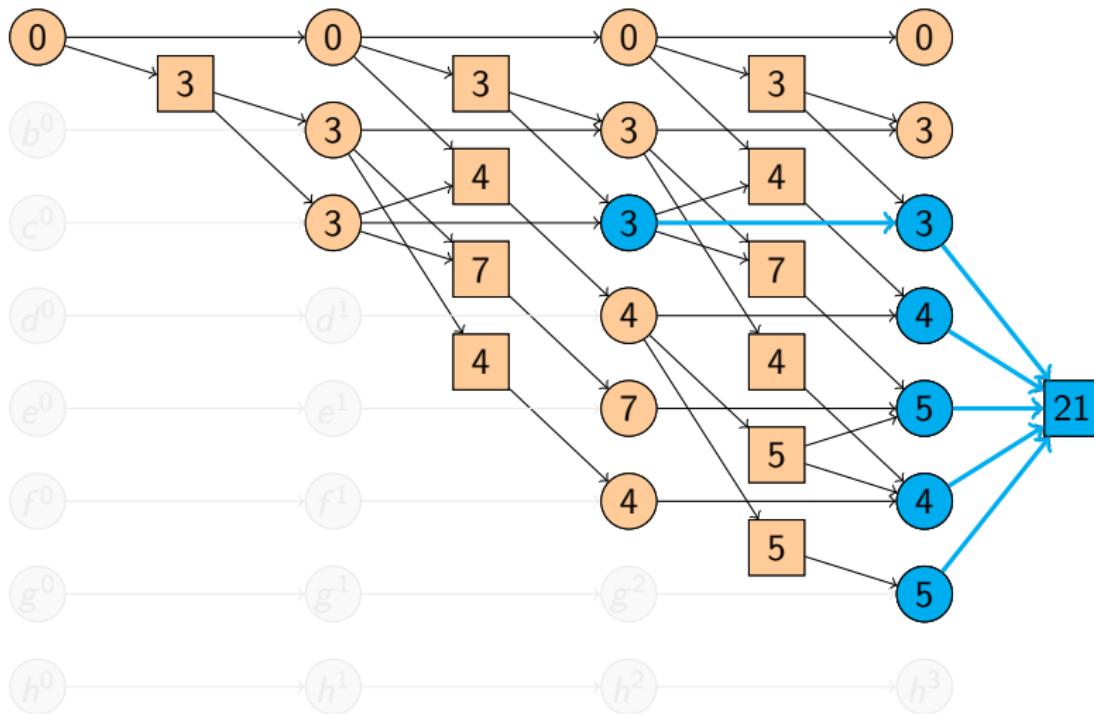
- Die zu den markierten Aktionsknoten gehörigen Aktionen bilden einen relaxierten Plan.
- Die **Kosten dieses Plans** bilden den Heuristikwert.

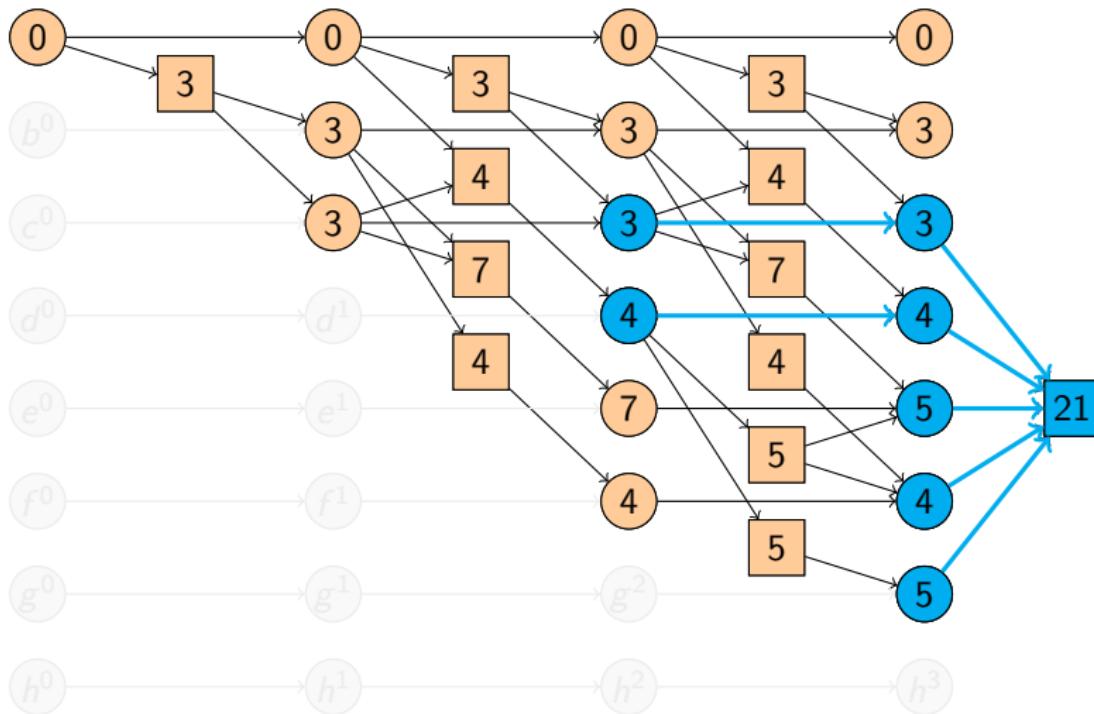
## Illustrierendes Beispiel: $h^{\text{FF}}$

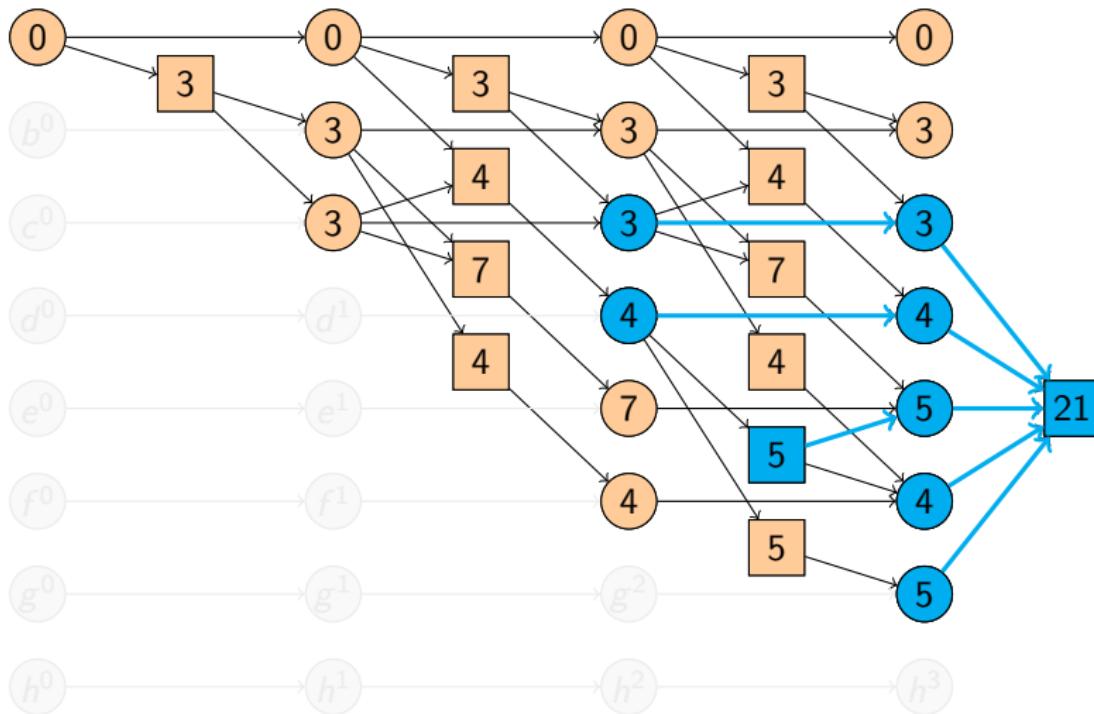


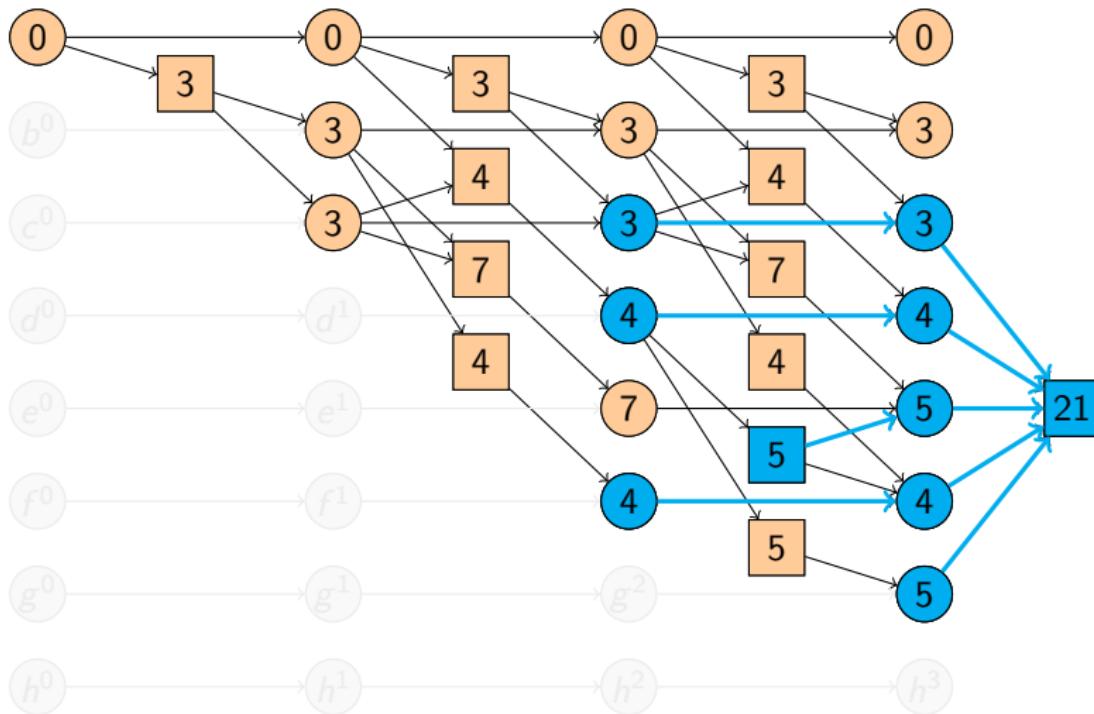
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

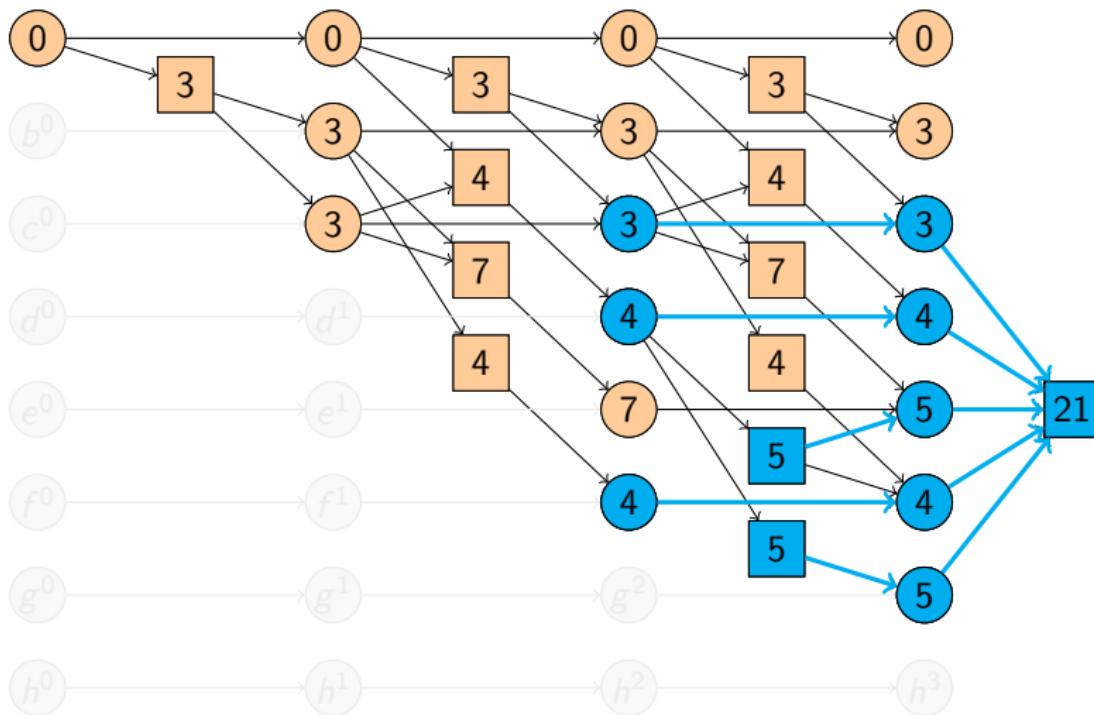
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

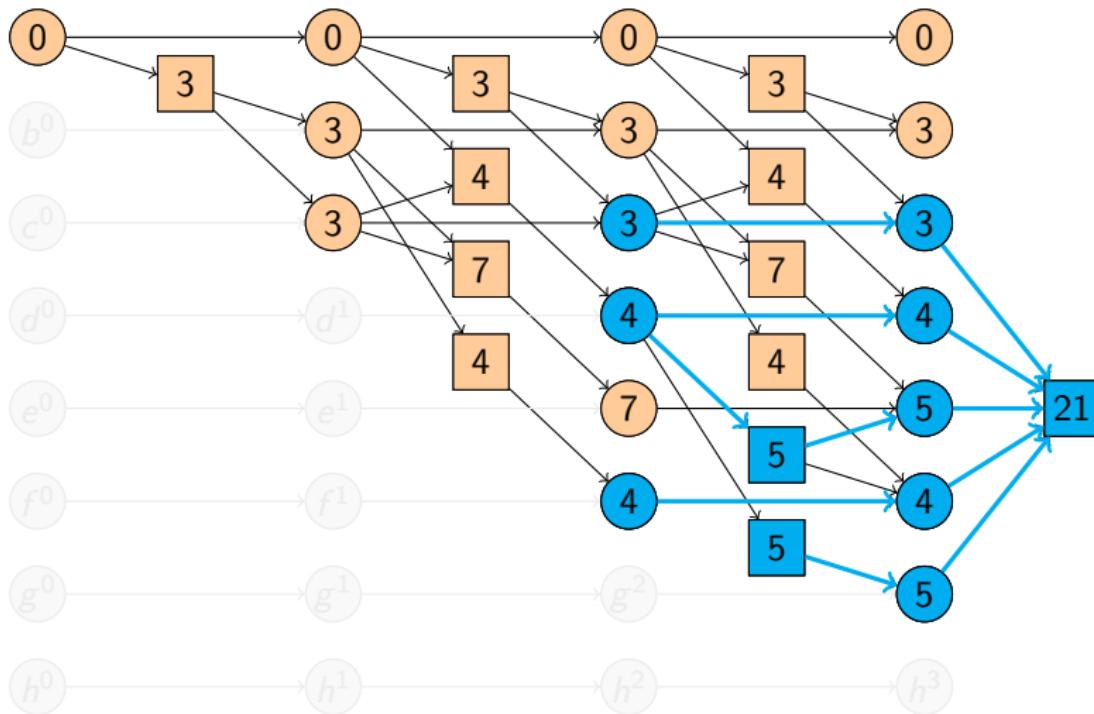
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

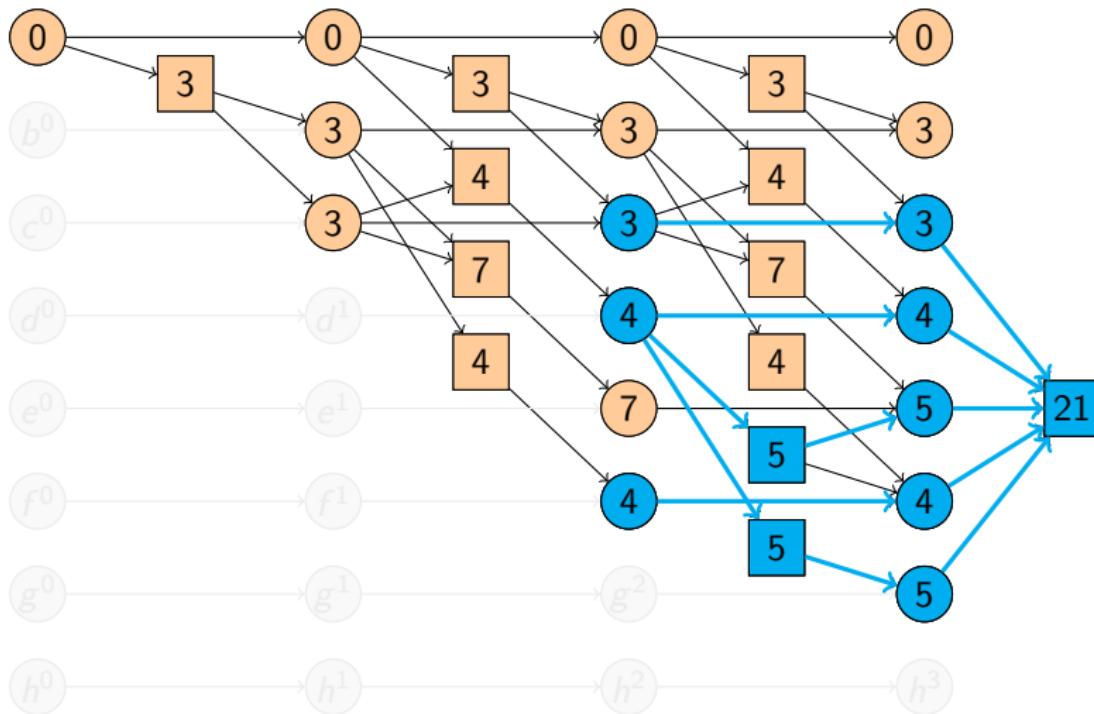
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

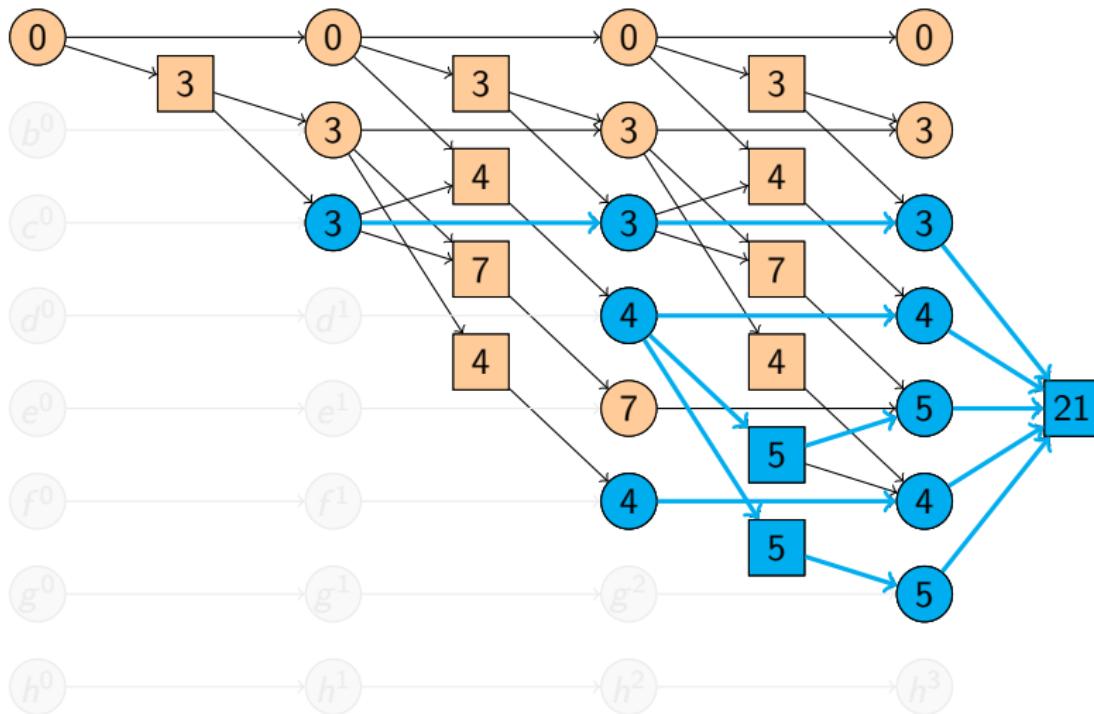
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

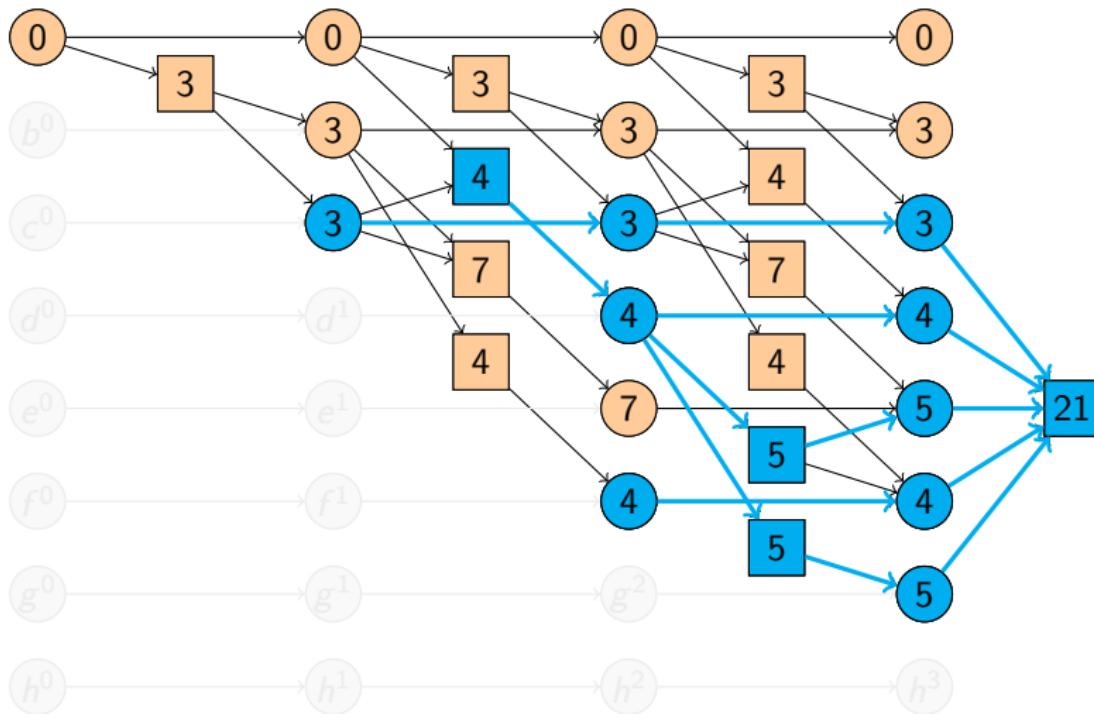
## Illustrierendes Beispiel: $h^{\text{FF}}$

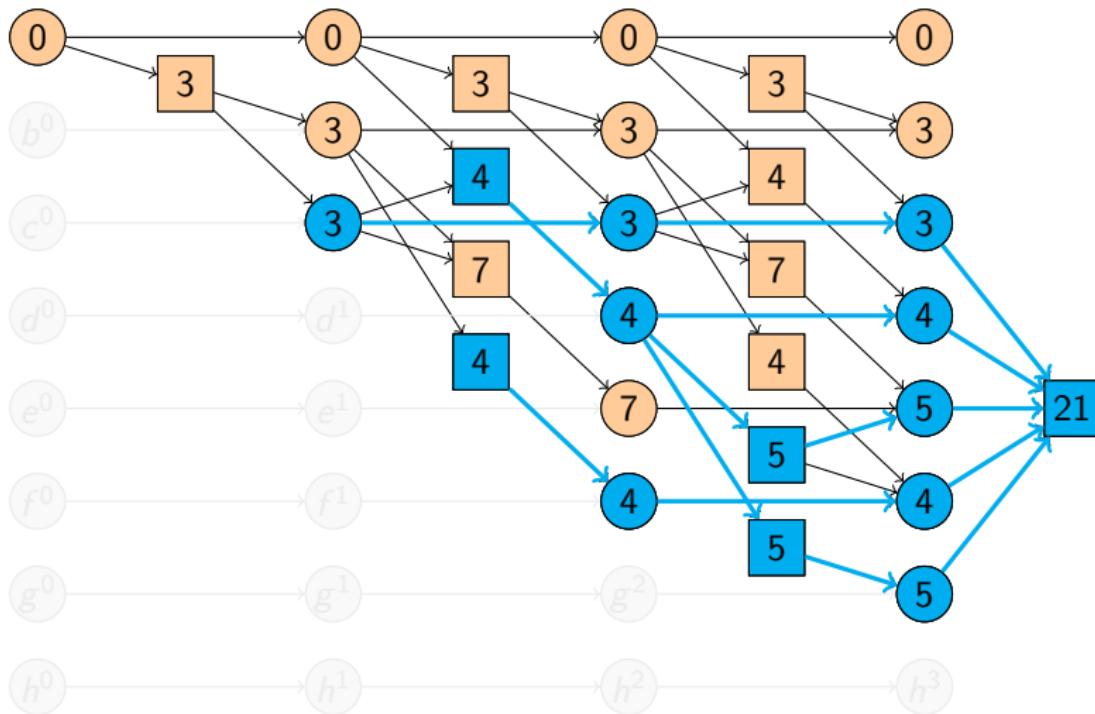


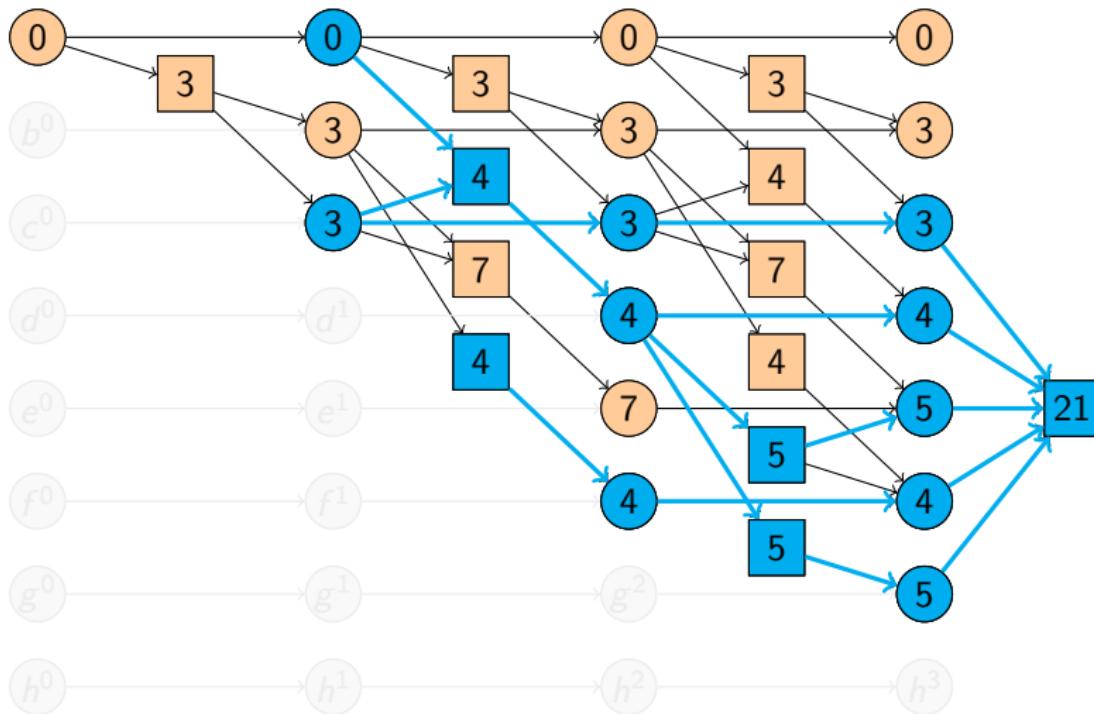
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

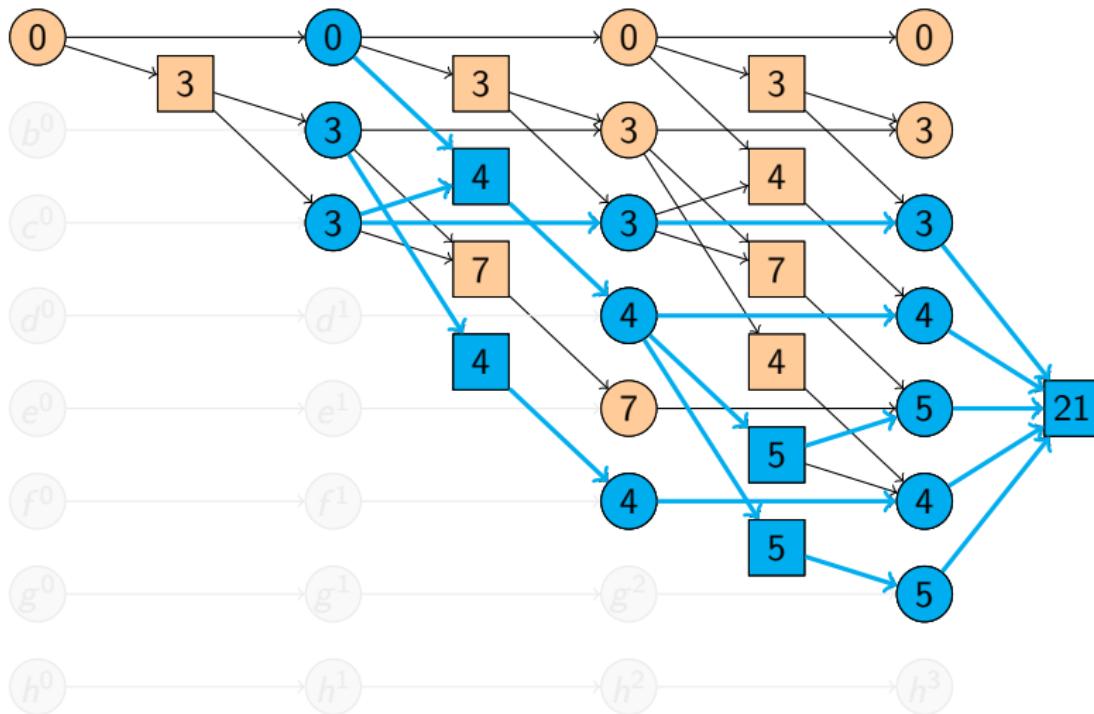
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

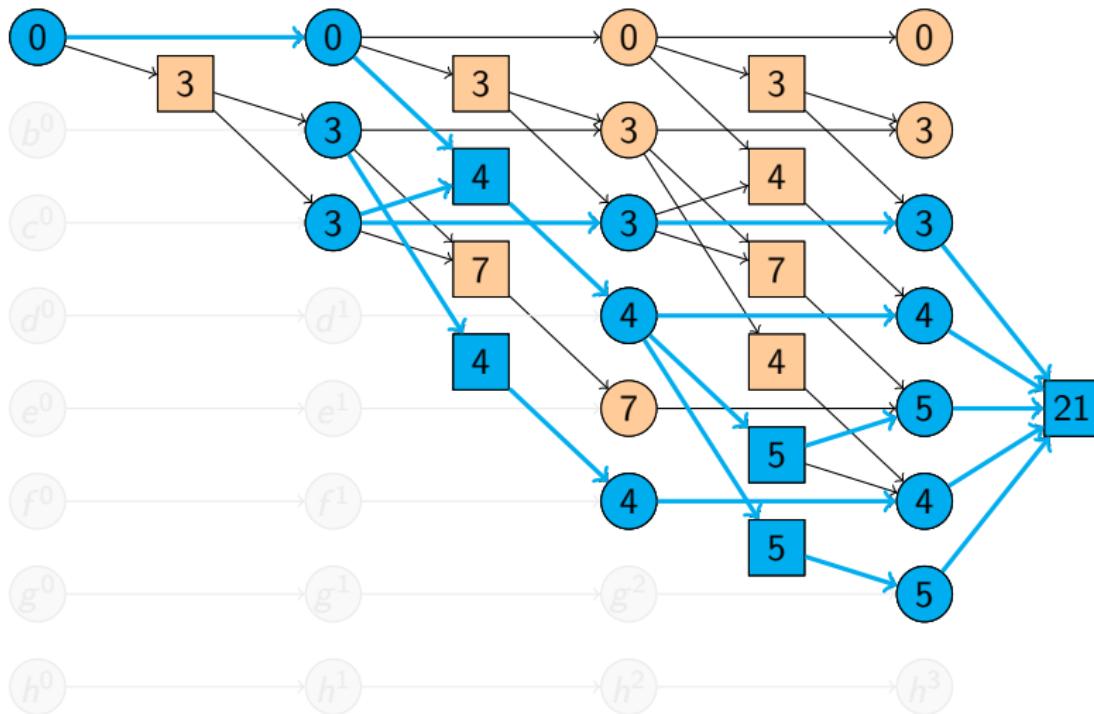
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

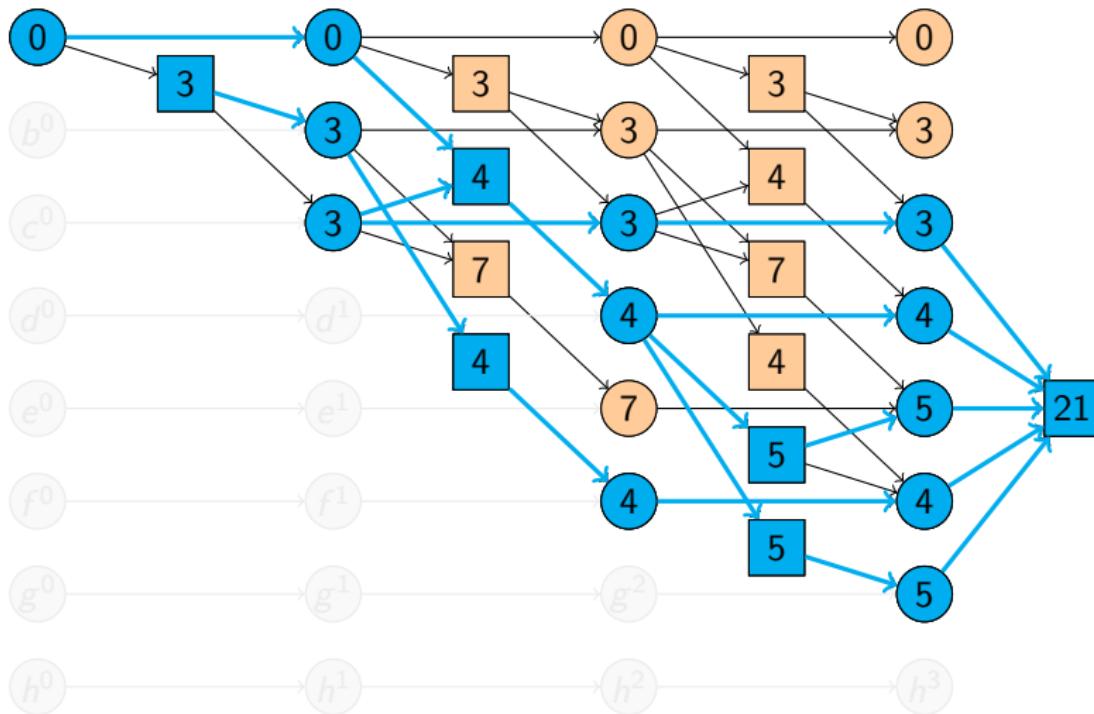
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

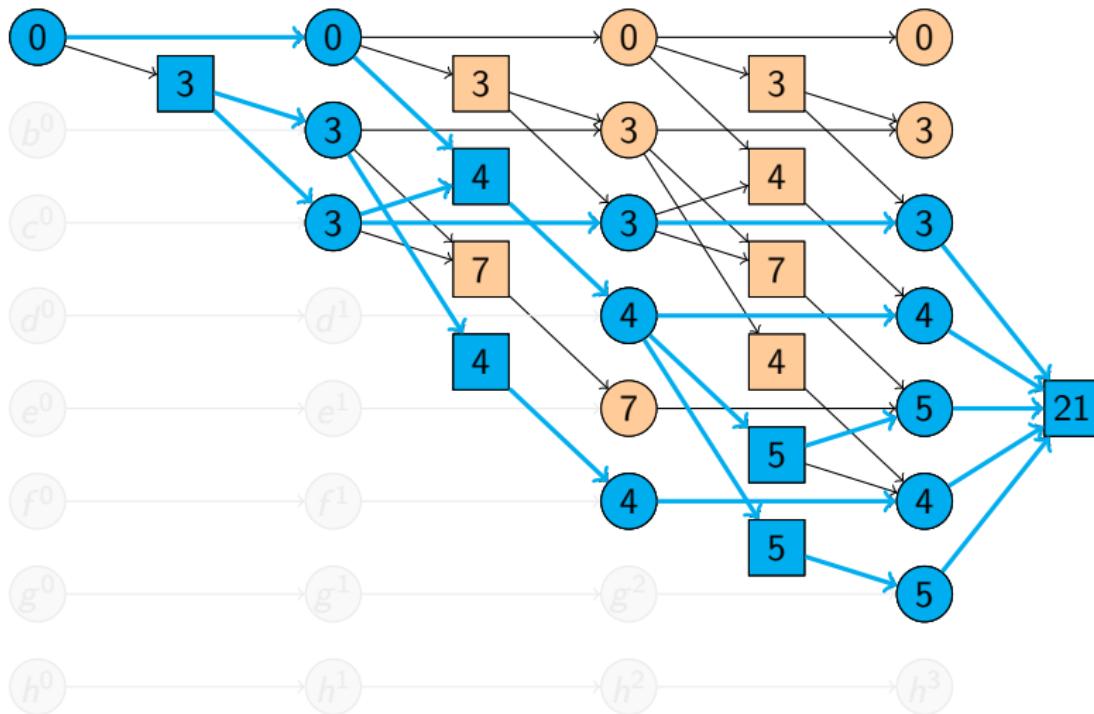
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

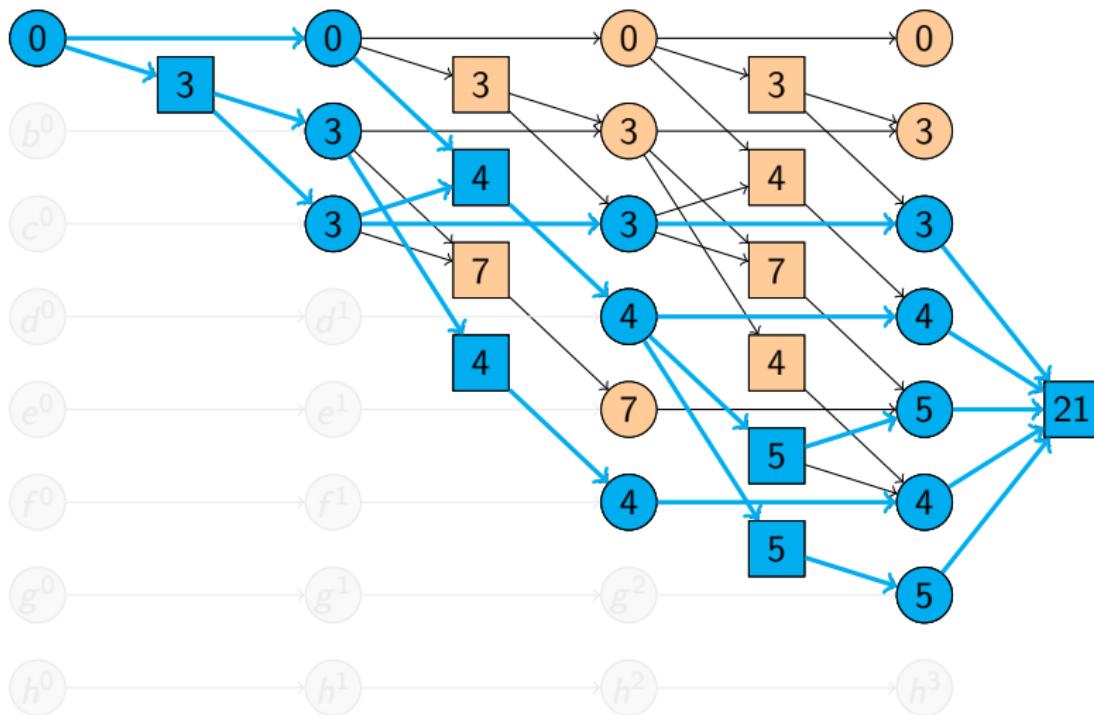
Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

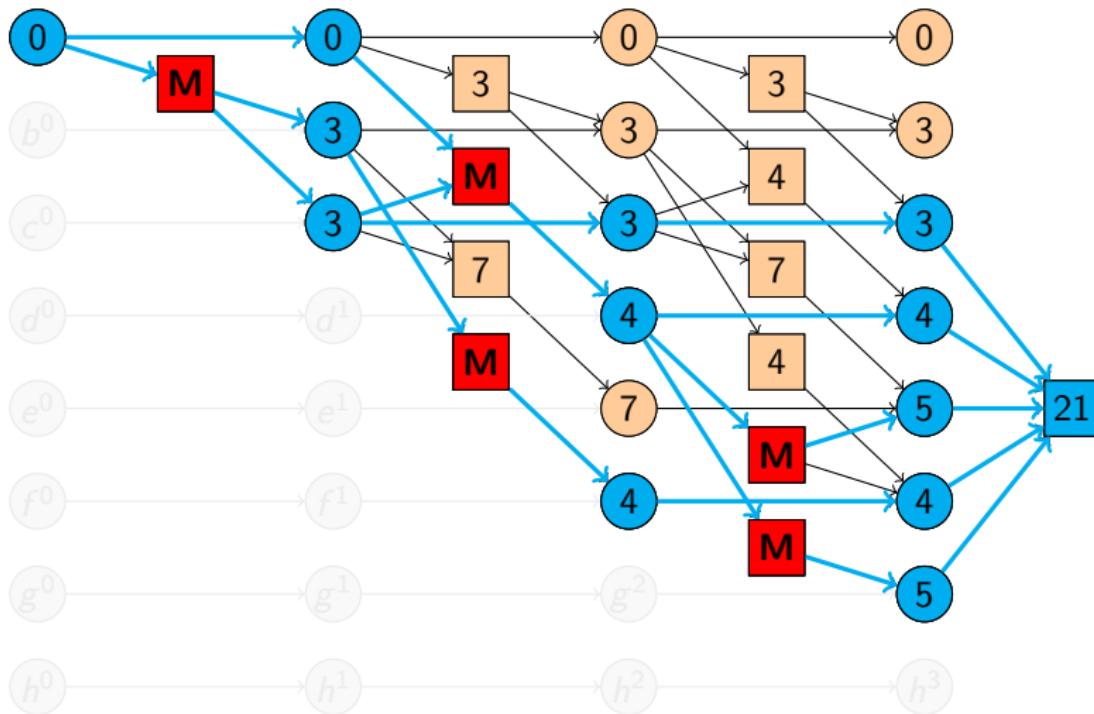
## Illustrierendes Beispiel: $h^{\text{FF}}$

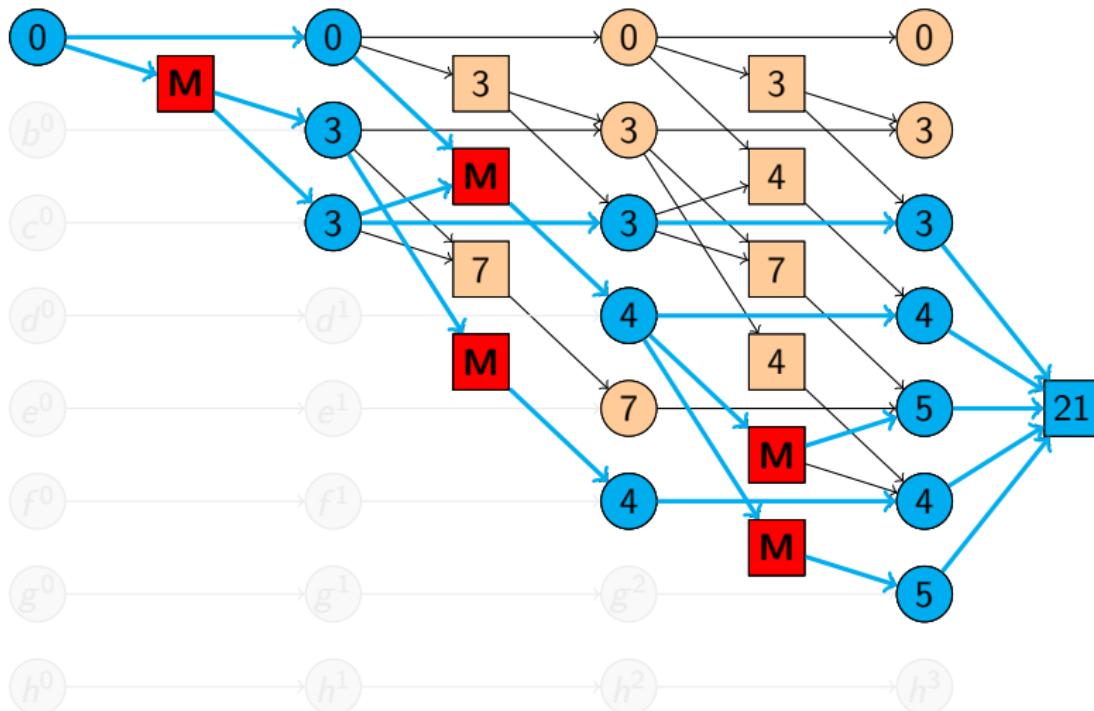


Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

## Illustrierendes Beispiel: $h^{\text{FF}}$



Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

Illustrierendes Beispiel:  $h^{\text{FF}}$ 

$$h^{\text{FF}}(\{a\}) = 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$$

## Bemerkungen zur FF-Heuristik

- Wie  $h^{\text{add}}$  ist  $h^{\text{FF}}$  sicher und zielerkennend, aber weder zulässig noch konsistent.
- **immer** mindestens so gute Annäherung an  $h^+$  wie  $h^{\text{add}}$
- **meistens** deutlich besser
- kann in **linearer Zeit** in der Grösse der Beschreibung der Planungsaufgabe berechnet werden

## Bemerkungen zur FF-Heuristik

- Wie  $h^{\text{add}}$  ist  $h^{\text{FF}}$  sicher und zielerkennend, aber weder zulässig noch konsistent.
- **immer** mindestens so gute Annäherung an  $h^+$  wie  $h^{\text{add}}$
- **meistens** deutlich besser
- kann in **linearer Zeit** in der Grösse der Beschreibung der Planungsaufgabe berechnet werden
- berechneter Heuristik-Wert hängt von **Tie-Breaking** der Markierungsregeln ab ( $h^{\text{FF}}$  nicht wohldefiniert)
- eine der **erfolgreichsten** Planungsheuristiken

# Vergleich der Relaxierungsheuristiken

## Zusammenhänge zwischen den Relaxierungsheuristiken

Sei  $s$  ein Zustand der STRIPS-Planungsaufgabe  $\langle V, I, G, A \rangle$ .

Dann gilt:

- $h^{\max}(s) \leq h^+(s) \leq h^*(s)$
- $h^{\max}(s) \leq h^+(s) \leq h^{\text{FF}}(s) \leq h^{\text{add}}(s)$
- $h^*$  und  $h^{\text{FF}}$  sind unvergleichbar
- $h^*$  und  $h^{\text{add}}$  sind unvergleichbar

## Anmerkungen:

- Für **nicht zulässige** Heuristiken ist es im Allgemeinen weder gut noch schlecht, grössere Werte zu berechnen als eine andere Heuristik.
- Bei Relaxierungsheuristiken ist das Ziel, möglichst nah an  $h^+$  zu kommen.

Relaxierte Planungsgraphen  
oooooooo

Maximums- und additive Heuristik  
oooooooo

FF-Heuristik  
ooooo

Zusammenfassung  
●○

# Zusammenfassung

# Zusammenfassung

- Viele Delete-Relaxierungs-Heuristiken können als Berechnungen auf **relaxierten Planungsgraphen** (RPGs) verstanden werden.
- Beispiele in dieser Vorlesung:  $h^{\max}$ ,  $h^{\text{add}}$ ,  $h^{\text{FF}}$
- $h^{\max}$  und  $h^{\text{add}}$  propagieren **Zahlenwerte** in den RPGs
  - Unterschied:  $h^{\max}$  berechnet **Maximum** der Vorgängerkosten bei Aktions- und Zielknoten,  $h^{\text{add}}$  die **Summe**
- $h^{\text{FF}}$  **markiert** Knoten und summiert die Kosten der markierten Aktionsknoten
- allgemein gilt:  $h^{\max}(s) \leq h^+(s) \leq h^{\text{FF}}(s) \leq h^{\text{add}}(s)$