“Theorie der Informatik” (CS206) Prädikatenlogik (Fortsetzung), Sprache, Grammatik

11. März 2013

Proff Malte Helmert und Christian Tschudin

Departement Mathematik und Informatik, Universität Basel

Einstiegsfragen

1. Wann haben wir logische Implikation?
   Schreibweise?
2. Was ist eine Inferenzregel ?
3. Was ist eine Ableitung?
   Schreibweise?
4. Was sagt eine prädikatenlogische Aussage aus?

Prädikatenlogik: Semantik

In der Aussagenlogik besteht eine Interpretation aus der Belegung von atomaren Aussagen (Zuweisung von $\top$ und $\bot$ an die Variablen).

- In einer Prädikatenlogik gibt es keine Aussage(!)variablen; stattdessen muss eine **Interpretation** den Konstant-, Funktions- und Prädikatensymbolen eine Bedeutung zuweisen.
- Variablensymbole brauchen ebenfalls eine Bedeutung. Diese wird jedoch nicht durch die Interpretation sondern durch eine separate **Variablenzuweisung** erzeugt.

Prädikatenlogik: Interpretation und Variablenzuweisung

Sei $\mathcal{S} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$ eine Signatur.

Einen Interpretation (für $\mathcal{S}$) ist ein Paar $\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ bestehend aus

- eine nichtleere Menge D, genannt Domäne (oder Universum), und
- eine Funktion $\cdot^{\mathcal{I}}$ welche den Konstanten, Funktionen und Prädikaten eine Bedeutung zuweist:
  - $\mathsf{c}^{\mathcal{I}} \in D$ für Konstantensymbole $\mathsf{c} \in \mathcal{C}$
  - $\mathsf{f}^{\mathcal{I}} : D^k \to D$ für k-stellige Funktionssymbole $\mathsf{f} \in \mathcal{F}$
  - $\mathsf{R}^{\mathcal{I}} \subseteq D^k$ für k-stellige Prädikatensymbole $\mathsf{R} \in \mathcal{R}$

Eine Variablenzuweisung (für $\mathcal{S}$ und Domäne D) ist eine Funktion $\alpha : \mathcal{V} \to D$.

Idee: erweitere $\mathcal{I}$ und α für beliebige Terme, dann Atome, schliesslich für Formeln.

Semantik der Prädikatenlogik (informelles Beispiel)

$\boxed{(\forall x \mathbf{Block}(x) \rightarrow \mathbf{Rot}(x)) \land \mathbf{Block}(\mathbf{a})}$ "Für alle Objekte x gilt: falls x ein Block ist, dann ist x rot. Das mit a bezeichnete Objekt ist ein Block."

- Terme werden als Objekte interpretiert.
- Unäre Prädikate bezeichnen Eigenschaften von Objekten (block-sein, rot-sein, ...).
- Allgemeine Prädikate bezeichnen Beziehungen zwischen Objekten (Kindsein von jemandem, gemeinsame Teiler haben, ...).
- Universell quantifizierte Formeln ("$\forall$") sind wahr wenn sie für alle Objekte der Domäne zutreffen.
- Existentiell quantifizierte Formeln ("$\exists$") sind wahr wenn sie für mindestens ein Objekt der Domäne zutreffen.

Interpretation von prädikatenlogischen Termen

Sei $\mathcal{S} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$ eine Signatur, und sei $\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ eine Interpretation für $\mathcal{S}$, und sei α eine Variablenzuweisung für $\mathcal{S}$ und die Domäne D.

Für einen Term t über $\mathcal{S}$, ist die Interpretation von t (unter $\mathcal{I}$ and α) ein Element aus der Domäne D, das wie folgt definiert ist:

- Falls $t = x$ mit $x \in \mathcal{V}$ (t ein Variablenterm): $x^{\mathcal{I},\alpha} = \alpha(x)$
- Falls $t = \mathsf{c}$ mit $\mathsf{c} \in \mathcal{C}$ (t ein Konstantenterm): $c^{\mathcal{I},\alpha} = c^{\mathcal{I}}$
- Falls $t = \mathsf{f}(t_1, \dots, t_k)$ (t ein Funktionsterm): $(\mathsf{f}(t_1, \dots, t_k))^{\mathcal{I},\alpha} = \mathsf{f}^{\mathcal{I}}(t_1^{\mathcal{I},\alpha}, \dots, t_k^{\mathcal{I},\alpha})$

Notation: $t^{\mathcal{I},\alpha}$ bezeichnet dieses Element aus D.

Interpretation von Termen: Beispiel

Signature: $\mathcal{S} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$
mit $\mathcal{V} = \{x, y, z\}$, $\mathcal{C} = \{\text{null}, \text{eins}\}$, $\mathcal{F} = \{\text{summe}, \text{produkt}\}$,
arity(summe) $=$ *arity*(produkt) $= 2$

$\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ mit

- $D = \{d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6\}$
- $\text{null}^{\mathcal{I}} = d_0$
- $\text{eins}^{\mathcal{I}} = d_1$
- $\text{summe}^{\mathcal{I}}(d_i, d_j) = d_{(i+j) \bmod 7}$ für alle $i, j \in \{0, \dots, 6\}$
- $\text{produkt}^{\mathcal{I}}(d_i, d_j) = d_{(i \cdot j) \bmod 7}$ für alle $i, j \in \{0, \dots, 6\}$

$\alpha = \{x \mapsto d_5, y \mapsto d_5, z \mapsto d_0\}$

Interpretation von Termen: Beispiel/Forts zum ausfüllen

- $\text{null}^{\mathcal{I},\alpha} =$
- $y^{\mathcal{I},\alpha} =$
- $\text{summe}(x, y)^{\mathcal{I},\alpha} =$
- $\text{produkt}(\text{eins}, \text{summe}(x, \text{null}))^{\mathcal{I},\alpha} =$

Erfüllung / Wahrheit in der Prädikatenlogik

Sei $\mathcal{S} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$ eine Signatur, $\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ eine Interpretation für $\mathcal{S}$, und sei α eine Variablenzuweisung für $\mathcal{S}$ und Domäne D.

"$\mathcal{I}$ und α erfüllen eine prädikatenlogische Formel φ" (auch: φ ist wahr unter $\mathcal{I}$ and α)", in Symbolen: $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$, gemäss folgenden induktiven Regeln:

$$\mathcal{I}, \alpha \models \mathsf{R}(t_1, \ldots, t_k) \quad \text{gdw } \langle t_1^{\mathcal{I},\alpha}, \ldots, t_k^{\mathcal{I},\alpha} \rangle \in \mathsf{R}^{\mathcal{I}}$$

$$\mathcal{I}, \alpha \models t_1 = t_2 \quad \text{gdw } t_1^{\mathcal{I},\alpha} = t_2^{\mathcal{I},\alpha}$$

. . . Fortsetzung

Erfüllung / Wahrheit in der Prädikatenlogik (Forts. I)

. . .

$$\mathcal{I}, \alpha \models \forall x \varphi \quad \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha[x := d] \models \varphi \text{ für alle } d \in D$$

$$\mathcal{I}, \alpha \models \exists x \varphi \quad \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha[x := d] \models \varphi \text{ für mindestens ein } d \in D$$

wobei $\alpha[x := d]$ die Variablenzuweisung ist, die das gleiche macht wie α ausser für x, wo sie d zuweist. Formal:

$$(\alpha[x := d])(z) = \begin{cases} d & \text{if } z = x \\ \alpha(z) & \text{if } z \neq x \end{cases}$$

. . . Fortsetzung

Erfüllung / Wahrheit in der Prädikatenlogik (Forts. II)

...

$$
\begin{array}{rl}
\mathcal{I}, \alpha \models \top & \text{immer (d.h. für alle } \mathcal{I}, \alpha) \\
\mathcal{I}, \alpha \models \bot & \text{nie (d.h. für kein } \mathcal{I}, \alpha) \\
\mathcal{I}, \alpha \models \neg\varphi & \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha \not\models \varphi \\
\mathcal{I}, \alpha \models \varphi \land \psi & \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha \models \varphi \text{ und } \mathcal{I}, \alpha \models \psi \\
\mathcal{I}, \alpha \models \varphi \lor \psi & \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha \models \varphi \text{ oder } \mathcal{I}, \alpha \models \psi \\
\mathcal{I}, \alpha \models \varphi \rightarrow \psi & \text{gdw } \mathcal{I}, \alpha \not\models \varphi \text{ oder } \mathcal{I}, \alpha \models \psi \\
\mathcal{I}, \alpha \models \varphi \leftrightarrow \psi & \text{gdw } (\mathcal{I}, \alpha \models \varphi \text{ und } \mathcal{I}, \alpha \models \psi) \text{ oder} \\
& \qquad (\mathcal{I}, \alpha \not\models \varphi \text{ und } \mathcal{I}, \alpha \not\models \psi)
\end{array}
$$

Semantik der Prädikatenlogik: Beispiel

Signature: $\mathcal{S} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$
mit $\mathcal{V} = \{x, y, z\}$, $\mathcal{C} = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$, $\mathcal{F} = \emptyset$, $\mathcal{R} = \{\mathsf{Block}, \mathsf{Rot}\}$,
arity(Block) $=$ *arity*(Rot) $= 1$.

$\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ mit

- $D = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$
- $\mathsf{a}^{\mathcal{I}} = d_1$
- $\mathsf{b}^{\mathcal{I}} = d_3$
- $\mathsf{Block}^{\mathcal{I}} = \{d_1, d_2\}$
- $\mathsf{Rot}^{\mathcal{I}} = \{d_1, d_2, d_3, d_5\}$

$\alpha = \{x \mapsto d_1, y \mapsto d_2, z \mapsto d_1\}$

Semantik der Prädikatenlogik: Beispiel (Forts)

Fragen (Erfüllbarkeit):

- $\mathcal{I}, \alpha \models \text{Block}(\text{b}) \lor \neg\text{Block}(\text{b})$?
- $\mathcal{I}, \alpha \models \text{Block}(x) \rightarrow (\text{Block}(x) \lor \neg\text{Block}(y))$?
- $\mathcal{I}, \alpha \models \text{Block}(\text{a}) \land \text{Block}(\text{b})$?
- $\mathcal{I}, \alpha \models \forall x(\text{Block}(x) \rightarrow \text{Rot}(x))$?

Erfüllbarkeit/Wahrheit einer Formel-Menge

Sei $\mathcal{S}$ eine Signatur, Φ eine Menge von Formeln über $\mathcal{S}$, $\mathcal{I}$ eine Interpretation für $\mathcal{S}$, und α eine Variablenzuweisung für $\mathcal{S}$ und die Domäne von $\mathcal{I}$.

Wir sagen dass $\mathcal{I}$ und α zusammen Φ erfüllen (auch: Φ ist wahr unter $\mathcal{I}$ und α).

In Symbolen: $\mathcal{I}, \alpha \models \Phi$, falls $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$ für alle $\varphi \in \Phi$.

Auslassen der Signatur und der Domäne

Aus Bequemlichkeit und praktischen Gründen nehmen wir implizit an, dass wir (zu einer Interpretation) eine passende Signatur und Variablenzuweisung für die richtige Domäne definiert haben, und nennen diese Elemente nicht mehr explizit.

Beispiel: Statt

> "Sei $\mathcal{S}$ eine Signatur, Φ eine Menge von Formeln über $\mathcal{S}$, $\mathcal{I}$ eine Interpretation für $\mathcal{S}$ und α eine Variablenzuweisung für $\mathcal{S}$ und die Domäne von $\mathcal{I}$."

schreiben wir:

> Betrachte eine Formelmenge Φ, eine Interpretation $\mathcal{I}$ und eine Variablenzuweisung α.

Prädikatenlogik: Eigenschaften "erfüllbar", "gültig", etc

Die Terminologie, die wir bei der Aussagenlogik eingeführt haben, kann bei der Prädikatenlogik wiederverwendet werden:

- Eine Interpretation $\mathcal{I}$ und die Variablenzuweisung α sind ein Modell der Formel φ falls $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$.
- Die Formel φ ist erfüllbar falls $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$ für mindestens ein $\mathcal{I}, \alpha$ (d.h. falls sie ein Modell hat)
- Die Formel φ ist falsifzierbar falls $\mathcal{I}, \alpha \not\models \varphi$ für mindestens ein $\mathcal{I}, \alpha$
- Die Formel φ ist gültig falls $\mathcal{I}, \alpha \models \varphi$ für alle $\mathcal{I}, \alpha$
- Die Formal φ ist unerfüllbar falls $\mathcal{I}, \alpha \not\models \varphi$ für alle $\mathcal{I}, \alpha$

Prädikatenlogik: weitere Eigenschaft "Implikation"

- Die Formel φ impliziert logisch die Formel ψ, geschrieben $\varphi \models \psi$, falls alle Modelle von φ auch Modelle von ψ sind.
- Die Formeln φ und ψ sind logisch äquivalent, geschrieben $\varphi \equiv \psi$, falls sie die gleichen Modelle haben (äquivalent: falls $\varphi \models \psi$ und $\psi \models \varphi$)

Terminologie für Formelmengen

- Alle Konzepte der beiden vorangehenden Slides treffen auch auf Formel-*Mengen* zu:

  Beispiele:

  - Formelmenge Φ ist erfüllbar falls $\mathcal{I}, \alpha \models \Phi$ für mind. ein $\mathcal{I}, \alpha$
  - Die Formelmenge Φ impliziert logisch ψ, geschrieben $\Phi \models \psi$, falls alle Modelle von Φ Modelle von ψ sind.
  - Die Formelmenge Φ impliziert logisch die Formel*menge* Ψ, geschrieben $\Phi \models \Psi$, falls alle Modelle von Φ auch Modelle von Ψ sind.

Terminologie für Sätze

- Alle vorangehenden Konzepte sind auch für Sätze als Spezialfall anwendbar (keine freien Variablen). In diesen Fällen lassen wir α weg.

  Beispiele:

  - Die Interpretation $\mathcal{I}$ ist ein Modell des Satzes φ falls $\mathcal{I} \models \varphi$
  - Ein Satz φ ist unerfüllbar falls $\mathcal{I} \not\models \varphi$ für alle $\mathcal{I}$

Zusammenfassung (Wiederholung)

- Prädikatenlogik ist eine reichere Logik als die Aussagenlogik. Sie erlaubt uns Schlüsse zu Objekten und ihren Eigenschaften zu ziehen.
- Objekte werden durch Terme bezeichnet, die aufgebaut sind aus Konstanten und Funktionssymbolen.
- Eigenschaften werden durch Formeln ausgedrückt, die Prädikate, Quantoren und die üblichen logischen Konnektoren beinhalten.
- Wie bei der Aussagenlogik analysieren wir:
  - Syntax: was ist eine wohlgeformte Formel?
  - Semantik: wie intepretieren wir eine Formel?
    Interpretation und Variablenzuweisung
  - Schlussregeln: Wie logische Schlüsse aus einer Wissensbasis ziehen?

Sprache und Grammatik

Zur Erinnerung: Zeichenketten (Wörter) und Sprachen

- Alphabet: Menge von Symbolen. Beispiel: $\Sigma = \{a, b, c\}$
- Wort (Zeichenkette, String) = endliche Sequenz von Symbolen über einem Alphabet. Beispiel: $w = aabbabcca$
- Länge $|w|$ eines Worts w = Länge der Sequenz = Anzahl Symbole in w
- Leeres Wort = ϵ
- $aabb$ ist ein Teilwort (subword) von $aaabbbbccc$
- Seien x, y Wörter, dann ist xy die Konkatenation
- Wiederholung $x^k = x \dots x$ (zum Beispiel $y^3 = yyy$)
- **Sprache: Menge von Wörtern (über einem Alphabet Σ)**

SAT

Def: SAT = Menge aller erfüllbaren (“satisfiable”) AL-Formeln

- SAT ist eine “Sprache”, nämlich eine Teilmenge aller wohlgeformten aussagelogischen Ausdrücke (= Worte).
- SAT ist ein Entscheidungsproblem:
  Gibt es ein Verfahren um für einen Ausdruck A zu bestimmen ob $A \in SAT$ oder nicht?
- Durch Einsetzen aller möglichen Belegungen: Entscheidbar mit Aufwand 2^n, wobei $n = |Ausdruck|$, d.h. exponentiel viele Tests!
- Ginge es auch in polynomialer Zeit? Nein (vermutlich)

Sprache und Grammatik

Wie eine “Sprache” (Menge von Wörtern) beschreiben?

- “Lexikon-Ansatz”:
  Eine Liste führen aller Worte der Menge.
- “Produktionsregeln”:
  Einen Satz von Regeln angeben, mit dem man alle “grammatikalisch richtigen” Wörter herstellen kann.

  Entscheidungsproblem in diesem Fall: finde zu einem gebenen Wort die Sequenz von Regeln, die das Wort erzeugen.

  Oder beweise, dass es keine solche Sequenz gibt.

“Grammatik” ist oft kompakter als entsprechendes Lexikon.

Natürliche Sprachen vs. formale Sprachen

	Natürliche Sprache	Formale Sprache
Grundbausteine	Wörter	Buchstaben (aus Σ)
Einheit	Satz	Wort ($\in \Sigma^*$)
Grammatik	Satzbau	Wortbau

Auch bei natürlichen Sprachen kann man “Grammatik” auf Wörter (statt Sätze) anwenden (Rechtschreibung/Syntax genannt):
– Lexikon beinhaltet (fast alle) Schreibregeln: Aufzählung
– zusätzlich Deklinationsregeln
D.h. Sprache besteht aus allen korrekten (deutschen) Wörtern.

Grammatik – Definition

Definition: Eine Grammatik ist ein Vier-Tupel (Σ, V, P, S), wobei

- Σ ein endliches Alphabet.
- V eine endliche Menge von Variablen-Symbolen, $\Sigma \cap V = \emptyset$ (auch Nicht-Terminale genannt)
- P eine endliche Menge von Produktionsregeln (“rewriting rules”) der Form $(\Sigma \cup V)^* \to (\Sigma \cup V)^*$
  wobei der linke Teil mind. ein Nichtterminal enthalten muss.
  Beispiel: `T --> F * F`
- Startsymbol (Startvariable) $S \in V$

Ableitung $\Rightarrow$

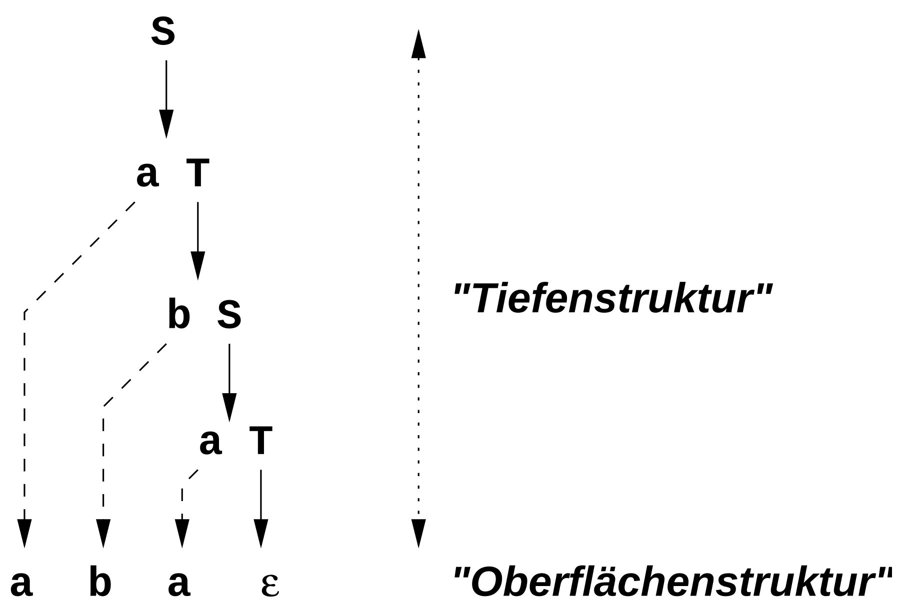
- Ableitungsschritt = Anwendung einer Produktionsregel
- Linke Seite muss “passen”, i.A.
  Wortumwandlung $xyz \Rightarrow xy'z$, wobei $w, y, z \in (V \cup \Sigma)^*$
  und $y \to y'$ eine Regel der Grammatik
- Ausgehend vom Startsymbol lassen sich neue Wörter erzeugen (generative Grammatik):
  $S \Rightarrow w_0 \Rightarrow w_1 \Rightarrow \ \ldots \Rightarrow w_n$
  $S \Rightarrow^* w_n$ (Kleen-Stern)
- Wenn mehrere Ableitungen möglich sind, bleibt die Wahl unbestimmt. Es wird nur gesagt, dass w_n abgeleitet werden kann.

Grammatik – Beispiel

```
S --> a T
T --> b S
T --> ϵ
```

Mögliche Ableitungen: `a, aba, ababa, ...`

Grammatik – Ableitungsbaum (Beispiel)



Chomsky–Hierarchie (zur Form der Regeln)

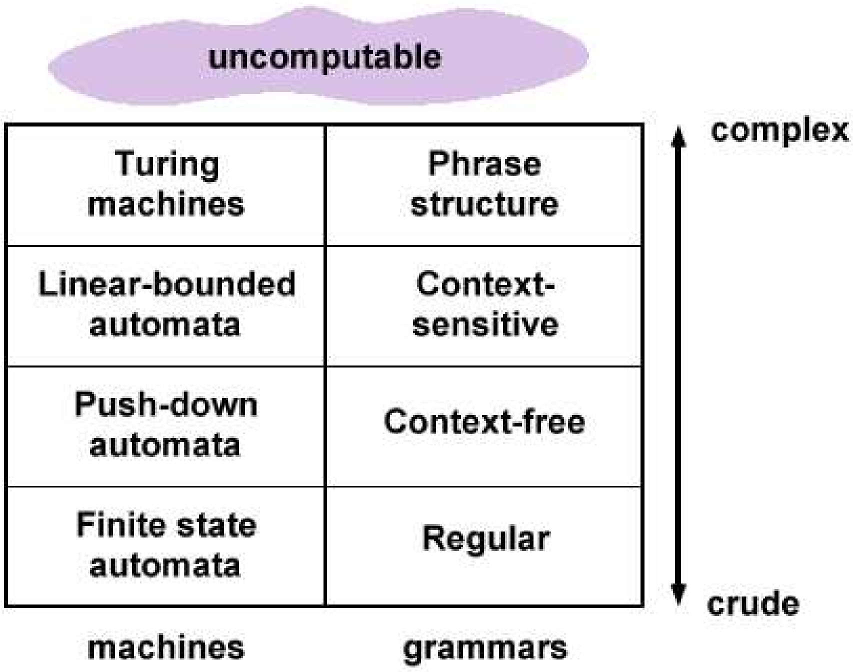
- Sprachen vom Typ 0: keinerlei Einschränkungen
- Sprachen vom Typ 1: “kontextsensitiv”
  Für alle Regeln $w_1 \rightarrow w_2$ gilt $|w_1| \leq |w_2|$
- Sprachen vom Typ 2: “kontextfrei”
  wie Typ 1, wobei zusätzlich für jede Regel gilt: $w_1 \in V$
- Sprachen vom Typ 3: “regulär”
  wie Typ 2, wobei zusätzlich gilt $w_2 \in \ \Sigma \cup \Sigma V$

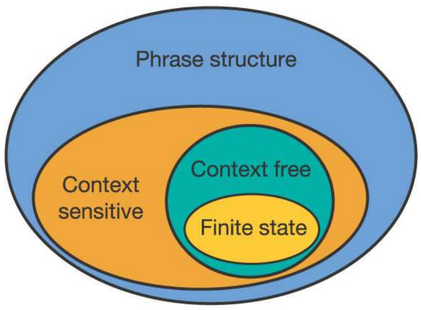
Chomsky-Hierarchie in Tabellenform

Grammatikregeln haben die Form $w_1 \rightarrow w_2$

Typ	Auflage Regel	Auflage linke Seite	Auflage rechte Seite
0	-	-	-
1	$\|w_1\| \leq \|w_2\|$	-	-
2	$\|w_1\| \leq \|w_2\|$	$w_1 \in V$	-
3	$\|w_1\| \leq \|w_2\|$	$w_1 \in V$	$w_2 \in \ \Sigma \cup \Sigma V$

Chomsky-Hierarchie, in zwei Bildern





Backus-Naur-Form (BNF)

Kompakte Schreibweise (mehrere Regeln auf einer Zeile)

- $A \rightarrow B_1 \,|\, B_2 \,|\, \ldots$ steht für:
  $A \rightarrow B_1$
  $A \rightarrow B_2$
  $\ldots$
- $A \rightarrow x\,[y]\,z$ steht für:
  $A \rightarrow x\,z$
  $A \rightarrow x\,y\,z$
  ("Option")

Backus-Naur-Form (Forts.)

- $A \rightarrow x\,\{y\}\,z$ steht für
  $A \rightarrow xBz$
  $B \rightarrow \epsilon$
  $B \rightarrow yB$
  (“Wiederholung”, inklusive 0 mal)

Präzisierung: wenn `[ ]` und $\{\}$ eingesetzt werden, ist die Grammatik in “erweiterter BNF”-Form dargestellt (EBNF)

Varianten:
“::=” statt “$\rightarrow$”, “`<name>?`” statt “`[<name>]`”

Grammatik-Entwurf – Beispiel

Aendere die Beispiel-Grammatik

```
S --> a T
T --> b S
T --> ϵ
```

so ab, dass jedes Wort mit `b` aufhört.
(d.h. ϵ`, ab, abab, ...`)

Wie sieht diese neue Grammatik aus?

Grammatik-Entwurf – Antwort

Aendere die Beispiel-Grammatik

```
S --> a T
T --> b S
T --> ε
```

so ab, dass jedes Wort mit `b` aufhört.

(d.h. ϵ, ab, abab, ...

```
S --> a T | ε
T --> b S
```

oder kompakter: `S --> { a b }`

Verwendung der EBNF in der Informatik

Die Grammatik von Programmiersprachen wird heute in EBFN angegeben. Auszug für Java:

```
...
<method declaration> ::= <method header> <method body>
<method header> ::= <method modifiers>? <result type> <method declarator>
<result type> ::= <type> | void
<method modifiers> ::= <method modifier> | <method modifiers> <method mod
<method modifier> ::= public | protected | private | static | abstract |
<method declarator> ::= <identifier> ( <formal parameter list>? )
...
```

Beachte: <result type> ist ein Nicht-Terminal
public ist ein Symbol (des Alphabets)
| ist ein Metasymbol der Grammatikdefinition

Wortproblem: $w \in \Sigma^*$ oder $w \notin \Sigma^*$?

- **Einscheidungsproblem**
  d.h. gebe ein *allgemeines* Verfahren/Algorithmus an, um einen Entscheid zu treffen. Input: Grammatik!
- Auf Sprachen angewandt:
  Kann für jede Sprache entschieden werden, ob ein Wort ein Element der Sprache ist oder nicht? (i.A. nein)
- Sprachklassen:
  Kann für jede Sprache *vom Typ N* entschieden werden, ob das Wort in der Sprache ist oder nicht?
  (dies stimmt für $N > 0$)

Entscheidbares Wortproblem

Für Sprachen mit Grammatik G vom Typ 1 (und damit auch 2 und 3) ist entscheidbar, ob für ein gegebenes Wort $w \in \Sigma^*$ gilt
$w \in L(G)$ oder $w \notin L(G)$

Beweisidee: vollständige Aufzählung (Enumerierung)

- Generiere alle Ableitung von S bis zur Länge $|w|$ und vergleiche jeweils mit w
- Warum ist dieses Verfahren gültig?
  Kann immer beendet werden.

Siehe Ableitungsbaum

Zusammenfassung Einführung Grammatik

- Alphabet, Wort, Kleen-Stern, Σ^+, Sprache
- Grammatik, Startvariable, Produktionsregeln, Ableitung
- Chomsky-Hierarchie, kontextfrei und -sensitiv.
- EBNF
- Wortproblem