Theorie der Informatik (CS 206)

Prof. Dr. M. Helmert, Prof. Dr. C. Tschudin
Dr. M. Wehrle
Frühjahrssemester 2013

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 9

Abgabe: 8. Mai

Aufgabe 9.1 (Satz von Rice, 2+2 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Probleme.

(a) $L_1 := \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w$ angesetzt auf ein $n \in \mathbb{N}$ berechnet $n+1\}$

(b) $L_2 := \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w$ angesetzt auf ein $n \in \mathbb{N}$ berechnet *nicht* $n+1\}$

Zeigen Sie mit dem Satz von Rice, dass L_1 und L_2 nicht entscheidbar sind. Untersuchen Sie weiterhin, welche der Probleme semi-entscheidbar und welche nicht semi-entscheidbar sind, und beweisen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 9.2 (PCP, 2+2 Punkte)

Betrachten Sie folgende Instanzen des PCP. Welche Instanzen besitzen eine Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $X = \{(aba, a), (ba, babab)\}$

(b) $Y = \{(bab, ba), (aaabb, a), (ab, abbab)\}$

Aufgabe 9.3 (PCP mit 2-elementigem Alphabet, 4 Punkte)

Zeigen Sie durch Reduktion von PCP, dass das Postsche Korrespondenzproblem bereits unentscheidbar ist, wenn man sich auf das Alphabet $\{0, 1\}$ beschränkt.

Tipp: Betrachten Sie eine allgemeine PCP-Instanz $K = ((x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n))$ über einem Alphabet $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_m\}$ und geben Sie eine Reduktionsfunktion f an, die jedem Zeichen aus Σ ein eindeutiges Wort aus $\Gamma = \{0, 1\}^*$ zuordnet. Beachten Sie, dass auf diese Weise kodierte Wörter über Γ wieder eindeutig den entsprechenden Wörtern über Σ zugeordnet werden können. Argumentieren Sie, dass diese Funktion f den Anforderungen einer Reduktionsfunktion genügt.