Theorie der Informatik (CS 206)

Prof. Dr. M. Helmert, Prof. Dr. C. Tschudin
Dr. M. Wehrle
Frühjahrssemester 2013

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 8

Abgabe: 2. Mai

Aufgabe 8.1 (Entscheidbarkeit, Unentscheidbarkeit, Reduktion, 1+3 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden Probleme A und B.

(a) $A := \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nach 7 Schritten}\}$

(b) $B := \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ hält angesetzt auf alle Eingabewörter aus } \{0,1\}^*\}$

Zeigen Sie, dass A entscheidbar ist, indem Sie einen Algorithmus angeben, der A entscheidet. Zeigen Sie weiterhin, dass B nicht entscheidbar ist. Zeigen Sie hierzu, dass das Halteproblem auf leerem Band auf B reduzierbar ist (d.h., zeigen Sie $H_0 \leq B$), und geben Sie die entsprechende Reduktion an.

Aufgabe 8.2 (Reduktion, 2+2 Punkte)
Betrachten Sie die Menge

$$SAT := \{\varphi \mid \varphi \text{ erfüllbare aussagenlogische Formel}\}$$

der aussagenlogischen Formeln φ, für die eine Interpretation I mit $I \models \varphi$ existiert. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

(a) $SAT \leq H$

(b) $H \leq SAT$

Aufgabe 8.3 (Entscheidbarkeit, 1+1+1+1 Punkte)
Seien L_1 und L_2 unentscheidbare Probleme und seien L_3 und L_4 beliebige Probleme mit $L_3 \subseteq L_1 \subseteq L_4$. Widerlegen Sie die folgende Aussage: Für jede mögliche Wahl von L_1, L_2, L_3 und L_4, die obigen Anforderungen genügt, gilt:

(a) $L_1 \cap L_2$ ist unentscheidbar.

(b) $L_1 \cup L_2$ ist unentscheidbar.

(c) L_3 ist unentscheidbar.

(d) L_4 ist unentscheidbar.

Geben Sie hierzu geeignete Gegenbeispiele an.

Hinweis: Aufgrund des Feiertags am 1. Mai verschiebt sich die Abgabe auf den 2. Mai.