Theorie der Informatik (CS 206)

Prof. Dr. M. Helmert, Prof. Dr. C. Tschudin
Dr. M. Wehrle
Frühjahrssemester 2013

Universität Basel
Fachbereich Informatik

Übungsblatt 6

Abgabe: 17. April

Aufgabe 6.1 (μ-Rekursion, 1+1+1+1 Punkte)

Berechnen Sie μf für die folgenden Funktionen $f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$.

(a) $f(x, y) := \texttt{MULT}(x, y)$

(b) $f(x, y) := 1$

(c) $f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x + y \text{ durch 2 teilbar} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

(d) $f(x, y) := |x - 5y - 10|$

Aufgabe 6.2 (Rekursive Aufzählbarkeit, 2+2 Punkte)

(a) Die Menge $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ist rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie dies, indem Sie ein Berechnungsschema (z.B. als Pseudocode) angeben, das systematisch alle Elemente aus dieser Menge aufzählt. Beachten Sie: Das Berechnungsschema muss garantieren, dass *jedes* Tupel aus $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ nach endlicher Zeit aufgezählt wird.

(b) Zeigen Sie die folgenden Verallgemeinerung von a): Für jedes $k \in \mathbb{N}$ ist die Menge $\mathbb{N}^k = \{(x_1, \dots, x_k) \mid x_i \in \mathbb{N} \text{ für } 1 \leq i \leq k\}$ rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie dies, indem Sie ein Berechnungsschema angeben, das systematisch alle Elemente aus $\mathbb{N}^k$ aufzählt. Verallgemeinern Sie hierzu die Idee aus Aufgabenteil a).

Aufgabe 6.3 (Eigenschaften rekursiv aufzählbarer Mengen, 4 Punkte)

Zeigen Sie: Sind A und B rekursiv aufzählbar, dann ist auch $A \cup B$ rekursiv aufzählbar.