**Theorie der Informatik (CS 206)**

Prof. Dr. M. Helmert, Prof. Dr. C. Tschudin
Dr. M. Wehrle
Frühjahrssemester 2013

Universität Basel
Fachbereich Informatik

# Übungsblatt 2

**Abgabe: 20. März**

**Aufgabe 2.1** (KNF, 2+2 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Aussagen. "Wenn es regnet, dann ist es kalt. Wenn es nicht regnet, dann ist es nicht kalt und die Sonne scheint. Wenn es nicht regnet oder die Sonne scheint, dann hat Bob Lust auf ein Eis. Wenn Bob Lust auf ein Eis hat, dann isst er auch ein Eis."

(a) Formalisieren Sie die Aussagen in Aussagenlogik. Definieren Sie hierzu geeignete Elementaraussagen.

(b) Bringen Sie die resultierende Formel aus a) in KNF. Verwenden Sie hierzu die logischen Äquivalenzen ($\rightarrow$)-Elimination $(\phi \rightarrow \psi) \equiv (\neg\phi \vee \psi)$, Distribution $(\phi \vee (\psi \wedge \eta)) \equiv ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \eta))$ und De Morgan $\neg(\phi \vee \psi) \equiv (\neg\phi \wedge \neg\psi)$ sowie die Assoziativitäts- und Kommutativitätsregeln. Geben Sie in jedem Umformungsschritt an, welche Regel Sie verwenden.

**Aufgabe 2.2** (Logisches Schliessen, 3+1 Punkte)

(a) Betrachten Sie $WB = \{A, B, B \vee C, (A \wedge B) \rightarrow (G \wedge E), \neg C \leftrightarrow D, (E \vee F) \rightarrow \neg D\}$. Zeigen Sie mit den Inferenzregeln aus der Vorlesung, dass $WB \models C \wedge \neg D$. Geben Sie in jedem Schritt die Ableitungsregel und die Formeln an, die Sie verwendet haben.

(b) Eine wichtige Eigenschaften von Inferenzkalkülen ist die *Korrektheit*. Dies bedeutet, dass alles, was man mit den Regeln des Kalküls aus einer Wissensbasis ableiten kann, auch logisch aus dieser Wissensbasis folgt. Formal definiert: Ein Kalkül ist korrekt, wenn für alle $WB$ und $\varphi$ gilt, dass wenn $WB \vdash \varphi$, dann $WB \models \varphi$.

Der Kalkül aus der Vorlesung ist korrekt. Der formale Beweis der Korrektheit beruht im Kern darauf, dass man für jede Regel

$$\frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

zeigt, dass $\{\varphi_1, \ldots, \varphi_n\} \models \psi$.

Beweisen Sie die Korrektheit der Inferenzregeln exemplarisch für *Modus ponens*.

**Aufgabe 2.3** (Prädikatenlogik, 4 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Zeichenketten, wobei stets a und b Konstantensymbole, $x$ und $y$ Variablensymbole, f und g Funktionssymbole, und P und Q Prädikatensymbole bezeichnen. Welche der Zeichenketten sind korrekte Zeichenketten in der Prädikatenlogik? Geben Sie für korrekte Zeichenketten eine Klassifizierung in Terme, Grundterme, Atome und Formeln an (wenn mehrere Möglichkeiten zutreffen, geben Sie bitte alle an). Für Formeln geben bitte darüber hinaus die Menge der freien Variablen an. Geben Sie für nicht korrekte Zeichenketten eine Begründung an, warum sie nicht korrekt sind.

*(Bitte wenden)*

(a) $\mathrm{P}(x, \mathrm{a})$

(b) $\forall \mathrm{a}\mathrm{P}(x, \mathrm{a})$

(c) $\exists y(\mathrm{P}(x, y) \rightarrow \mathrm{Q}(y))$

(d) $\mathrm{P}(y, y) \vee \mathrm{Q}(y) \equiv \mathrm{Q}(y) \vee \mathrm{P}(y, y)$

(e) $\mathrm{g}(\mathrm{a}, \mathrm{b})$

(f) $\forall x \forall y(\mathrm{Q}(x) \wedge \mathrm{P}(x, x))$

(g) $\forall x \mathrm{Q}(x) \models \mathrm{Q}(\mathrm{a})$

(h) $\forall x \mathrm{P}(x, \mathrm{a})$