

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

16. Handlungsplanung: Abstraktion

Malte Helmert

Universität Basel

13. Mai 2013

Handlungsplanung: Überblick

Kapitelüberblick:

- Einführung und Formalisierung ↵ Kapitel 14
- Drei Kernideen für allgemeine Heuristiken:
 - Delete-Relaxierung ↵ Kapitel 15
 - **Abstraktion** ↵ dieses Kapitel
 - Landmarken ↵ Kapitel 17

Handlungsplanung: Überblick

Kapitelüberblick:

- Einführung und Formalisierung ↵ Kapitel 14
- Drei Kernideen für allgemeine Heuristiken:
 - Delete-Relaxierung ↵ Kapitel 15
 - **Abstraktion** ↵ dieses Kapitel
 - Landmarken ↵ Kapitel 17

Grundidee Abstraktion

Schätze Lösungskosten durch Betrachten
einer **kleineren** Planungsaufgabe ab.

SAS⁺
●○○○○○

SAS⁺

SAS⁺-Kodierung

- In diesem Kapitel: **SAS⁺**-Kodierung statt STRIPS (siehe Kapitel 14)
 - Unterschied: Zustandsvariablen nicht alle binär, sondern mit **endlichem Wertebereich** $\text{dom}(v)$
 - entsprechend Vorbedingungen, Effekte und Ziele als **partielle Belegungen** gegeben
 - sonst alles gleich wie STRIPS

(Praktische Planer konvertieren automatisch zwischen STRIPS und SAS⁺.)

SAS⁺-Planungsaufgabe

Definition (SAS⁺-Planungsaufgabe)

Eine **SAS⁺**-Planungsaufgabe ist ein 5-Tupel $\Pi = \langle V, \text{dom}, I, G, A \rangle$ mit folgenden Komponenten:

- V : endliche Menge von **Zustandsvariablen**
 - dom : **Wertebereiche**; $\text{dom}(v)$ für $v \in V$ endlich, nicht-leer
 - Zustände sind **totale Belegungen** für V gemäss dom
 - I : der **Anfangszustand** (Zustand = totale Belegung)
 - G : **Ziele** (partielle Belegung)
 - A : endliche Menge von **Aktionen**, jeweils mit:
 - $\text{pre}(a)$: ihre **Vorbedingungen** (partielle Belegung)
 - $\text{eff}(a)$ ihre **Effekte** (partielle Belegung)
 - $\text{cost}(a) \in \mathbb{N}_0$: ihre **Kosten**

Zustandsraum zu einer SAS⁺-Planungsaufgabe

Definition (von SAS⁺-Planungsaufgabe induz. Zustandsraum)

Sei $\Pi = \langle V, \text{dom}, I, G, A \rangle$ eine SAS⁺-Planungsaufgabe.

Dann induziert Π den Zustandsraum $\mathcal{S}(\Pi) = \langle S, A, \text{cost}, T, s_0, S_\star \rangle$:

- **Zustandsmenge:** totale Belegungen von V gemäss dom
 - **Aktionen:** die Aktionen A von Π
 - **Aktionskosten:** cost ist wie in Π definiert
 - **Transitionen:** $s \xrightarrow{a} s'$ für Zustände s, s' und Aktion a gdw.:
 - partielle Belegung $\text{pre}(a)$ ist Teilbelegung von s (Vorbedingungen erfüllt)
 - s' entspricht $\text{eff}(a)$ für alle Variablen, die in eff erwähnt werden; entspricht s für alle anderen Variablen (Effekte werden angewandt)
 - **Anfangszustand:** $s_0 = I$
 - **Zielzustände:** $s \in S_*$ für Zustand s gdw. G Teilbelegung von s

Beispiel: Logistikaufgabe mit einem Paket, zwei Lastwagen

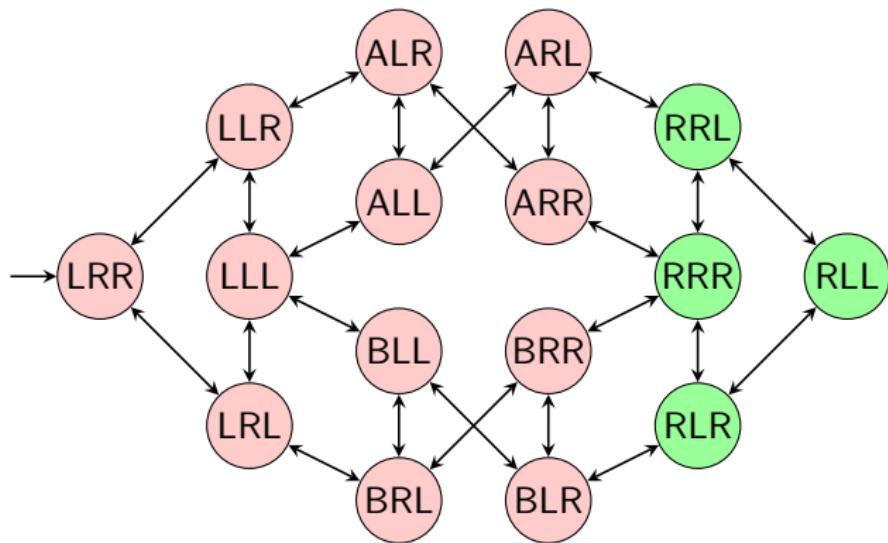
Beispiel (ein Paket, zwei Lastwagen)

Betrachte die SAS⁺-Planungsaufgabe $\langle V, \text{dom}, I, G, A \rangle$ mit:

- $V = \{p, t_A, t_B\}$
- $\text{dom}(p) = \{L, R, A, B\}$ und $\text{dom}(t_A) = \text{dom}(t_B) = \{L, R\}$
- $I = \{p \mapsto L, t_A \mapsto R, t_B \mapsto R\}$ und $G = \{p \mapsto R\}$
- $A = \{pickup_{i,j} \mid i \in \{A, B\}, j \in \{L, R\}\}$
 $\cup \{drop_{i,j} \mid i \in \{A, B\}, j \in \{L, R\}\}$
 $\cup \{move_{i,j,j'} \mid i \in \{A, B\}, j, j' \in \{L, R\}, j \neq j'\}$ mit:
 - $pickup_{i,j}$ hat Vorbedingungen $\{t_i \mapsto j, p \mapsto j\}$, Effekte $\{p \mapsto i\}$
 - $drop_{i,j}$ hat Vorbedingungen $\{t_i \mapsto j, p \mapsto i\}$, Effekte $\{p \mapsto j\}$
 - $move_{i,j,j'}$ hat Vorbedingungen $\{t_i \mapsto j\}$, Effekte $\{t_i \mapsto j'\}$
 - Alle Aktionen haben Kosten 1.

pickup entspricht **load** und **drop** entspricht **unload** im Vorkapitel
(umbenannt, damit Abkürzungen im Folgenden eindeutiger sind)

Zustandsraum für Beispielaufgabe



- Zustand $\{p \mapsto i, t_A \mapsto j, t_B \mapsto k\}$ abgebildet als ijk .
- Kantenbeschriftungen der Übersicht halber weggelassen.
Zum Beispiel hat die Kante von LLL zu ALL die Beschriftung $pickup_{A,L}$.

SAS+
oooooo

Abstraktionen
●ooooooooo

Musterdatenbanken
oooooooooo

Merge-and-Shrink
oooooooooooooooooooo

Abstraktionen

Abstraktion eines Zustandsraums

Eine Abstraktion eines Zustandsraums **gibt die Unterscheidung zwischen bestimmten Zuständen auf**, bewahrt dabei aber das **Verhalten des Zustandsraums** so weit wie möglich.

- Eine Abstraktion eines Zustandsraums \mathcal{S} ist durch eine **Abstraktionsfunktion α** definiert, die festlegt, welche Zustände unterschieden werden sollen und welche nicht.
- Aus \mathcal{S} und α berechnen wir den **abstrakten Zustandsraum \mathcal{S}'** , der ähnlich zu \mathcal{S} ist, aber kleiner.

Abstraktionsheuristik

Verwende die **abstrakten Zielabstände** (Zielabstände in \mathcal{S}') als Heuristikwerte für die konkreten Zielabstände (Zielabstände in \mathcal{S})
~~> **Abstraktionsheuristik h^α**

Induzierte Abstraktion

Definition (induzierte Abstraktion)

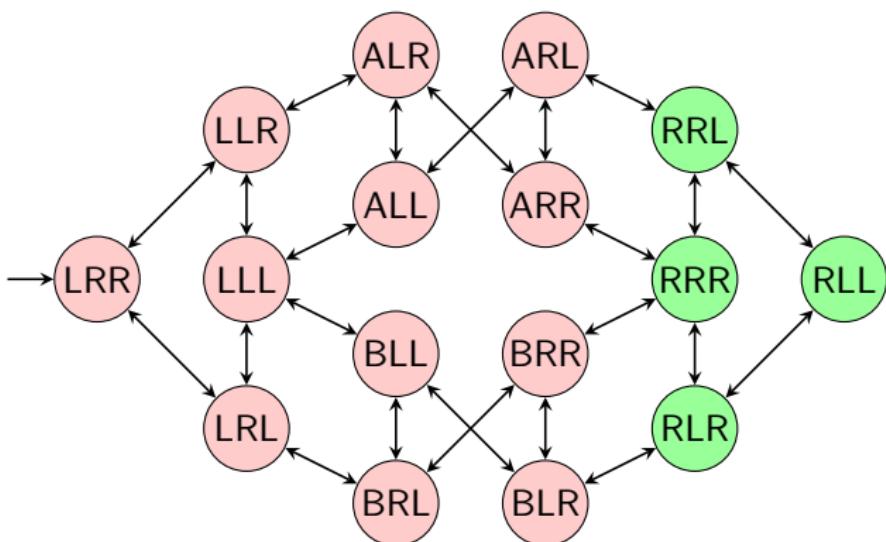
Sei $\mathcal{S} = \langle S, A, \text{cost}, T, s_0, S_* \rangle$ ein Zustandsraum,
und sei $\alpha : S \rightarrow S'$ eine surjektive Funktion.

Die **durch α induzierte Abstraktion von \mathcal{S}** , geschrieben \mathcal{S}^α ,
ist der Zustandsraum $\mathcal{S}^\alpha = \langle S', A, \text{cost}, T', s'_0, S'_* \rangle$ mit:

- $T' = \{\langle \alpha(s), a, \alpha(t) \rangle \mid \langle s, a, t \rangle \in T\}$
- $s'_0 = \alpha(s_0)$
- $S'_* = \{\alpha(s) \mid s \in S_*\}$

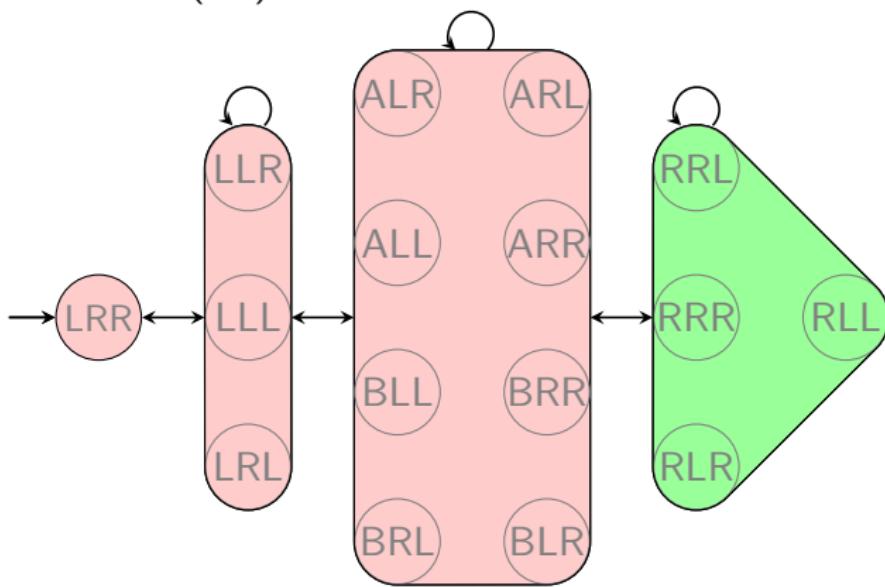
Abstraktion: Beispiel

konkreter Zustandsraum



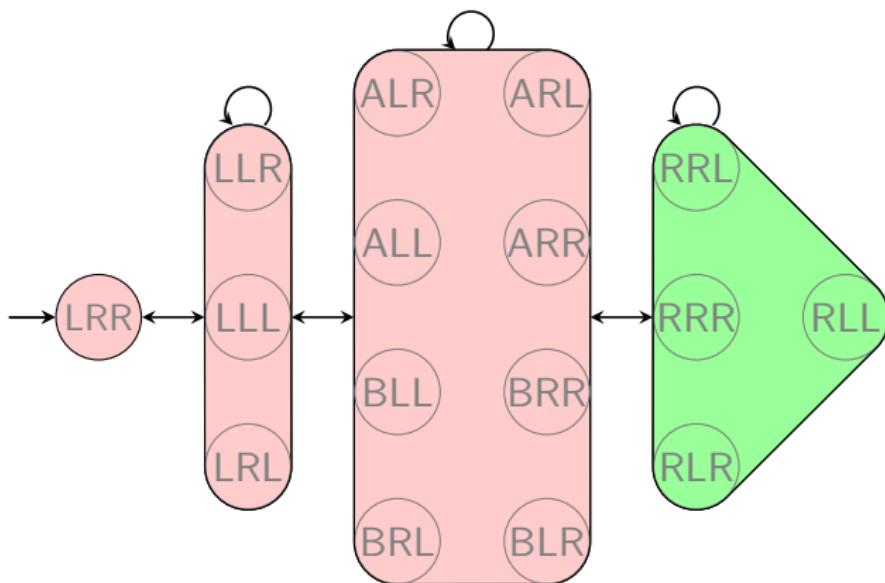
Abstraktion: Beispiel

(ein) abstrakter Zustandsraum



Anmerkung: Die meisten Kanten entsprechen mehreren parallelen Transitionen mit unterschiedlichen Beschriftungen.

Abstraktionsheuristik: Beispiel

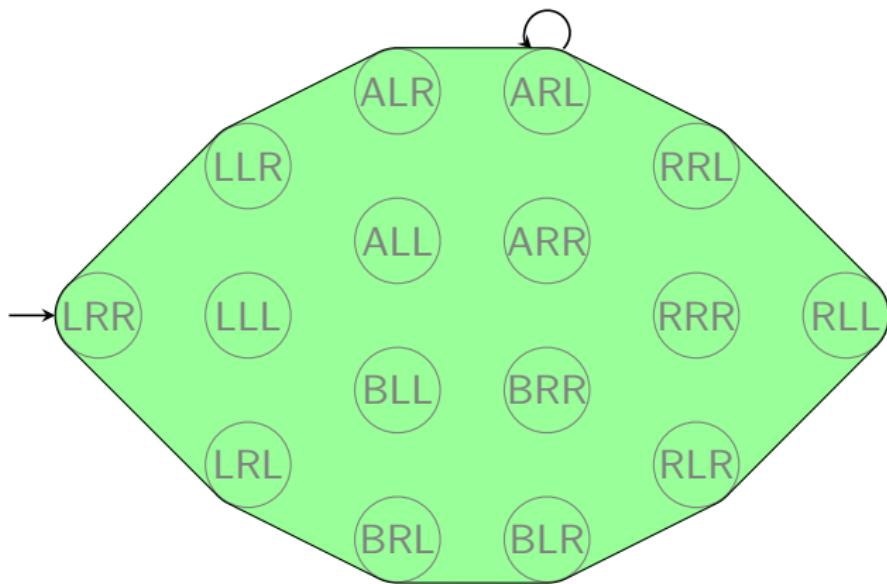


$$h^\alpha(\{p \mapsto L, t_A \mapsto R, t_B \mapsto R\}) = 3$$

Abstraktionsheuristiken: Diskussion

- Jede Abstraktionsheuristik ist **zulässig** und **konsistent**.
(Beweisidee?)
- Die Wahl der **Abstraktionsfunktion α** ist äusserst wichtig.
 - **Jedes α** liefert eine zulässige und konsistente Heuristik.
 - Aber nur wenige solche Heuristiken sind wirklich informativ.
- Ein praktisches α muss eine **informative Heuristik** liefern...
- ... und **effizient berechnet** werden können.
- Wie finden wir ein geeignetes α ?

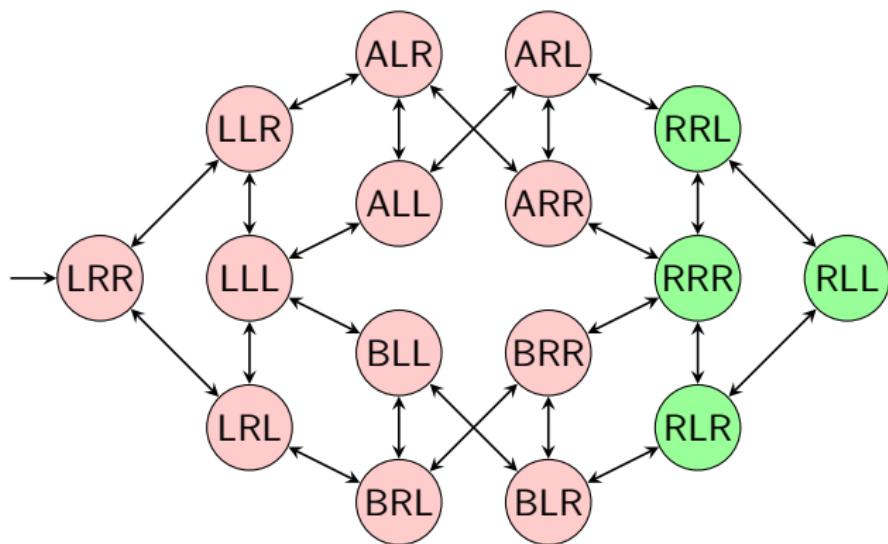
Meist schlechte Idee: Ein-Zustand-Abstraktion



Ein-Zustand-Abstraktion: $\alpha(s) := \text{const}$

- + sehr kompakt repräsentierbar und α leicht berechenbar
- völlig uninformative Heuristik

Meist schlechte Idee: Identitätsabstraktion



Identitätsabstraktion: $\alpha(s) := s$

- + perfekte Heuristik und α leicht berechenbar
- zu viele abstrakte Zustände \rightsquigarrow Berechnung von h^α zu schwer

Automatische Berechnung guter Abstraktion

Hauptproblem bei Planen mit Abstraktionsheuristiken

Wie finden wir eine gute Abstraktion?

Wir stellen zwei erfolgreiche Methoden vor:

- **Musterdatenbanken** (pattern databases, **PDBs**)
(Culberson & Schaeffer, 1996)
- **Merge-and-Shrink**-Abstraktionen
(Dräger, Finkbeiner & Podelski, 2006)

SAS+
oooooo

Abstraktionen
oooooooooooo

Musterdatenbanken
●oooooooooooo

Merge-and-Shrink
oooooooooooooooooooooooooooo

Musterdatenbanken

Musterdatenbanken

- Die am häufigsten verwendeten Abstraktionsheuristiken sind **Musterdatenbank-Heuristiken (PDB-Heuristiken)**.
- eingeführt für das **15-Puzzle** (Culberson & Schaeffer, 1996) und den **Zauberwürfel** (Korf, 1997).
- für **Handlungsplanung** eingeführt von Edelkamp (2001)
- für viele Suchprobleme die **besten bekannten** Heuristiken
- viele viele Arbeiten zu
 - theoretischen Eigenschaften
 - effizienter Nutzung
 - Auswahl guter Muster
 - ...

Musterdatenbanken: informell

Musterdatenbanken: informell

Eine PDB-Heuristik für eine Planungsaufgabe ist eine Abstraktionsheuristik, bei der

- einige Aspekte (= Zustandsvariablen) **mit perfekter Genauigkeit** berücksichtigt werden, während
- alle anderen Aspekte **überhaupt nicht** berücksichtigt werden.

Beispiel (15-Puzzle)

- Wähle Teilmenge P der Kacheln (das **Muster** bzw. Pattern).
- Berücksichtige in der Abstraktion den exakten Ort der Kacheln in P .
- Nimm in der Abstraktion an, dass alle anderen Kacheln und das freie Feld überall sein können.

Projektionen

PDB-Heuristiken sind Abstraktionsheuristiken für eine bestimmte Art von Abstraktionsfunktionen, nämlich **Projektionen**.

Definition (Projektion)

Sei Π eine Planungsaufgabe mit Variablen V und Zuständen S .

Sei $P \subseteq V$, und sei S' die Menge der partiellen Belegungen, die genau auf P definiert sind.

Die **Projektion** $\pi_P : S \rightarrow S'$ ist definiert als $\pi_P(s) := s|_P$ (mit $s|_P(v) := s(v)$ für alle $v \in P$).

Wir nennen P das **Muster (Pattern)** der Projektion π_P .

Anders gesagt: π_P bildet zwei Zustände s_1 und s_2 genau dann auf denselben abstrakten Zustand ab, wenn sie auf allen Variablen in P übereinstimmen.

Musterdatenbank-Heuristiken

Definition (Musterdatenbank-Heuristik)

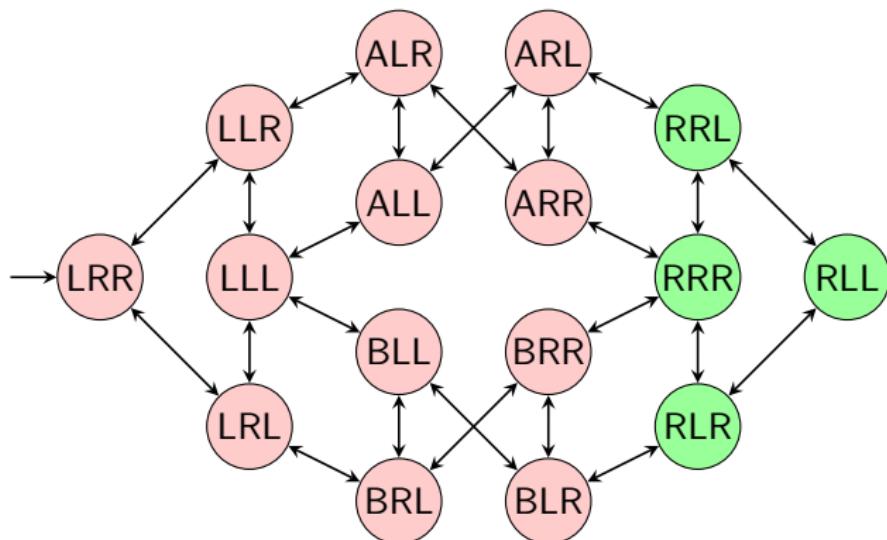
Abstraktionsheuristiken, die durch Projektion π_P induziert werden, heißen **Musterdatenbank-Heuristiken (PDB-Heuristiken)**.

Kurzschreibweise: h^P für h^{π_P}

Warum der Name PDB-Heuristik?

- Heuristikwerte für PDB-Heuristiken werden üblicherweise in einer 1-dimensionalen Tabelle (Array) gespeichert.
- Diese Tabellen nennt man PDBs.

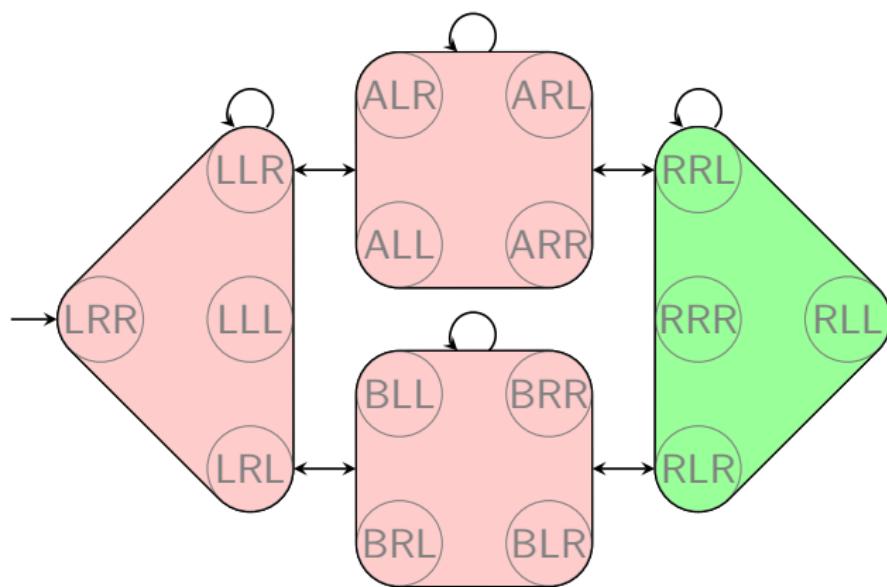
Beispiel: konkreter Zustandsraum



- Zustandsvariable *package*: {L, R, A, B}
- Zustandsvariable *truck A*: {L, R}
- Zustandsvariable *truck B*: {L, R}

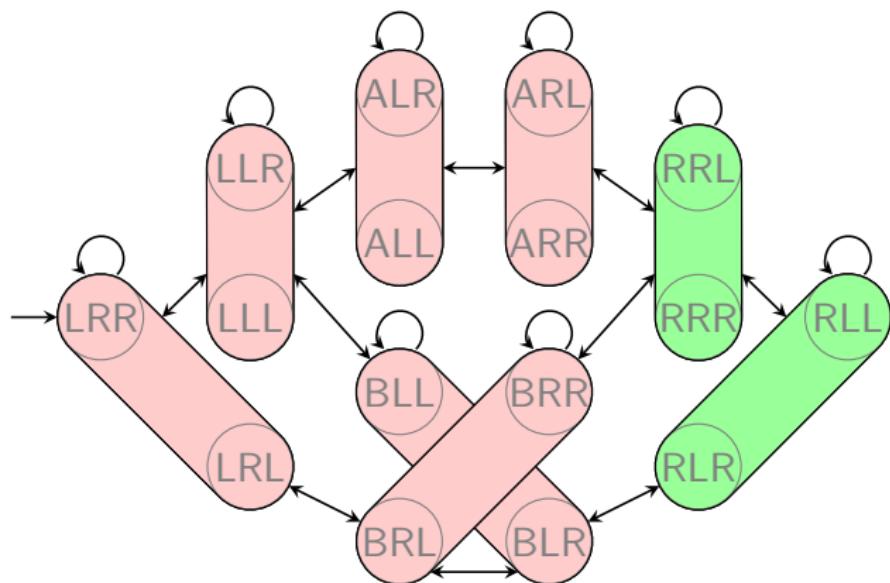
Beispiel: Projektion (1)

Von $\pi_{\{package\}}$ induzierte Abstraktion:



$$h^{\{package\}}(\text{LRR}) = 2$$

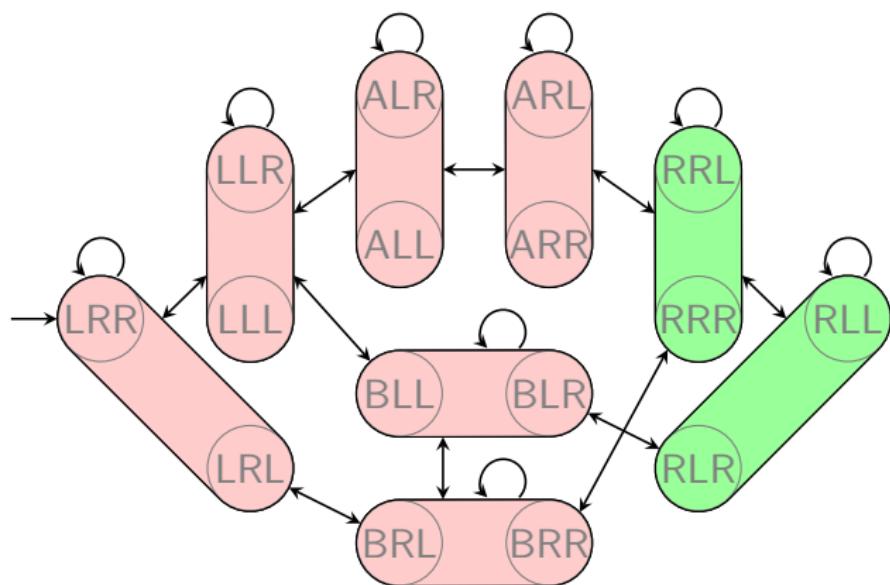
Beispiel: Projektion (2)

Von $\pi_{\{package, truck A\}}$ induzierte Abstraktion:

$$h^{\{package, truck A\}}(\text{LRR}) = 2$$

Beispiel: Projektion (2)

Von $\pi_{\{\text{package}, \text{truck A}\}}$ induzierte Abstraktion:



$$h^{\{\text{package}, \text{truck A}\}}(\text{LRR}) = 2$$

Musterdatenbanken in der Praxis

Praktische Aspekte, auf die wir nicht eingehen:

- Wie finden wir **automatisch gute Patterns**?
- Wie kombinieren wir sinnvoll **mehrere PDB-Heuristiken**?
- Wie **implementieren** wir PDB-Heuristiken effizient?
 - gute Implementierungen berechnen schnell Patterns für **abstrakte Zustandsräume** mit 10^7 , 10^8 oder mehr Zuständen
 - Aufwand unabhängig von Grösse des **konkreten Zustandsraums**
 - meist werden alle Heuristikwerte vorberechnet
~~ Platzaufwand = Anzahl abstrakter Zustände

SAS⁺
oooooo

Abstraktionen
oooooooooooo

Musterdatenbanken
oooooooooooo

Merge-and-Shrink
●oooooooooooooooooooooooooooo

Merge-and-Shrink

Jenseits von Musterdatenbanken

- Trotz ihrer Popularität haben PDBs fundamentale Grenzen:
die Muster müssen klein gehalten werden
- Preis in heuristischer Genauigkeit:
 - betrachte Verallgemeinerung des Beispiels:
 N Lastwagen, M Orte (ein Paket)
 - betrachte **beliebiges** Muster, das nicht alle Variablen in V umfasst
 - $h(s_0) \leq 2 \rightsquigarrow$ **nicht besser** als atomare Projektion auf das Paket
- **Merge-and-Shrink-Abstraktionen (M&S)** sind
eine **echte Verallgemeinerung** von PDBs.
 - Sie können PDBs repräsentieren
(mit polynomiellem Zusatzaufwand).
 - Sie können Abstraktionen kompakt repräsentieren,
bei denen dies mit PDBs nicht möglich ist.

Merge-and-Shrink: Abgrenzung zu PDBs

M&S-Abstraktionen vs. Musterdatenbanken

Während PDBs **einige wenige** Zustandsvariablen **perfekt** im abstrakten Zustandsraum repräsentieren, repräsentieren M&S-Abstraktionen **alle** Zustandsvariablen, aber in einer **verlustbehafteten** Weise.

M&S-Abstraktionen: Kernideen

Kernideen bei M&S:

- 1 Informationen von zwei abstrakten Zustandsräumen \mathcal{A} und \mathcal{A}' für denselben konkreten Zustandsraum können durch eine einfache Graphenoperation **kombiniert** werden:
synchrone Produkt $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}'$.
- 2 Der **konkrete** Zustandsraum \mathcal{S} einer SAS⁺-Planungsaufgabe kann aus den **atomaren Projektionen** rekonstruiert werden:

$$\bigotimes_{v \in V} \mathcal{S}^{\pi_{\{v\}}} \text{ ist isomorph zu } \mathcal{S}$$

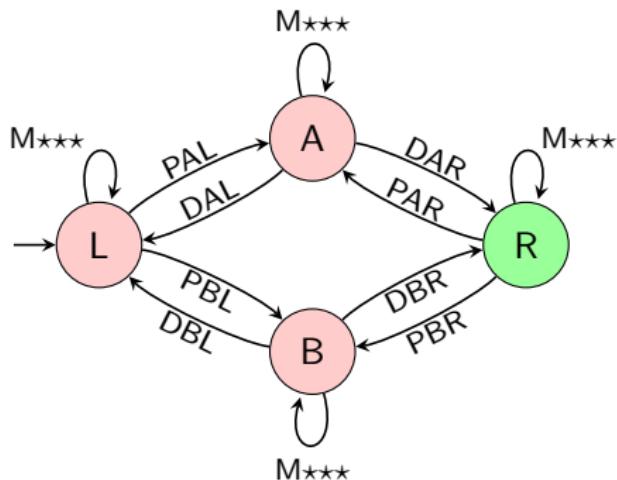
↔ bau feine Abstraktionen aus größeren

Beispiel: Abkürzungen

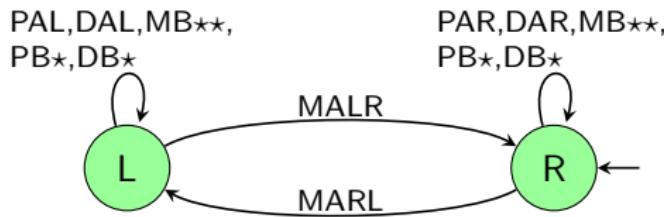
- Für das synchrone Produkt sind die **Kantenbeschriftungen** in den Zustandsräumen (die „Aktionsnamen“) sehr wichtig.
- Wir geben sie deshalb im Folgenden in den Abbildungen an.
- Dabei verwenden wir Abkürzungen der folgenden Art:
 - **MALR**: move truck **A** from **left** to **right**
 - **DAR**: drop package from truck **A** at **right** location
 - **PBL**: pick up package with truck **B** at **left** location
- Oft gibt es viele Parallelkanten. Wir kürzen diese mit **Kommata** und **Platzhaltern** ab wie in diesen Beispielen:
 - **PAL, DAL**: parallele Kanten für Aktionen **PAL** und **DAL**
 - **MA****: parallele Kanten für Aktionen **MALR** und **MARL**

Beispiel: atomare Projektion für das Paket

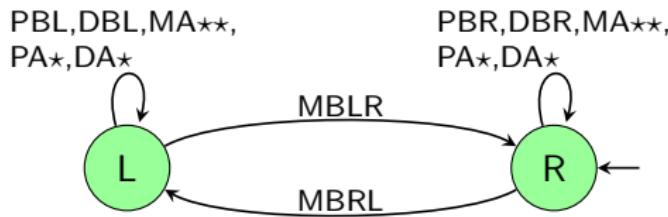
$\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}}$:



Beispiel: atomare Projektion für Lastwagen A

 $\mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}}$:

Beispiel: atomare Projektion für Lastwagen B

 $\mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}$:

Synchrones Produkt von Zustandsräumen

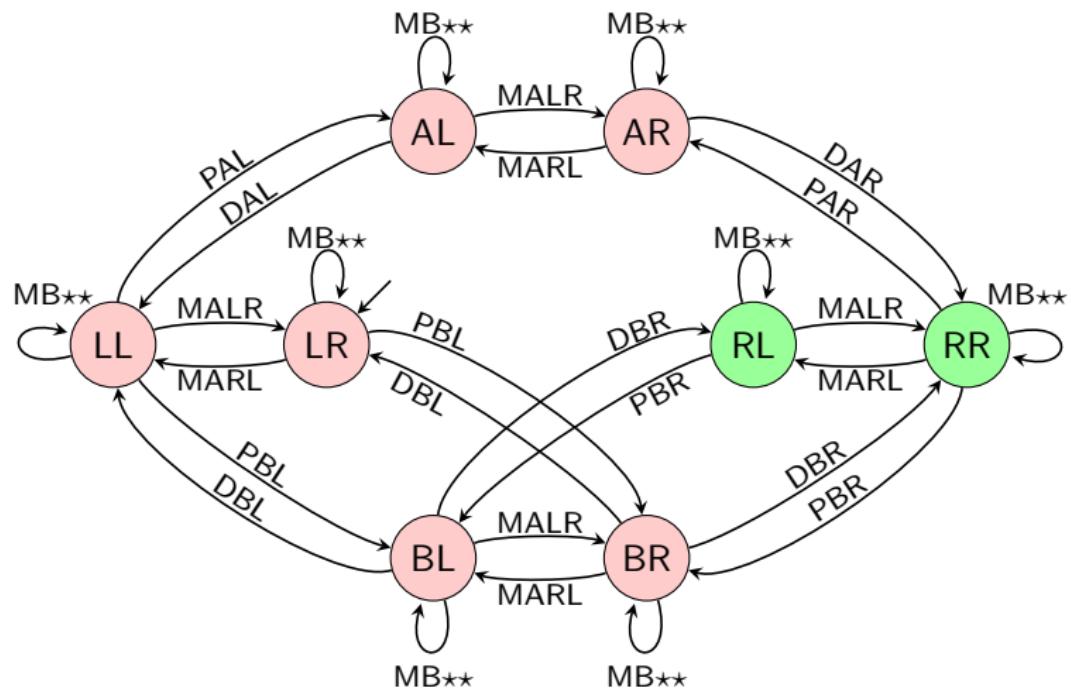
Definition (synchrones Produkt von Zustandsräumen)

Für $i \in \{1, 2\}$ seien $\mathcal{S}^i = \langle S^i, A, cost, T^i, s_0^i, S_*^i \rangle$ Zustandsräume (mit identischen Aktionen und Kosten).

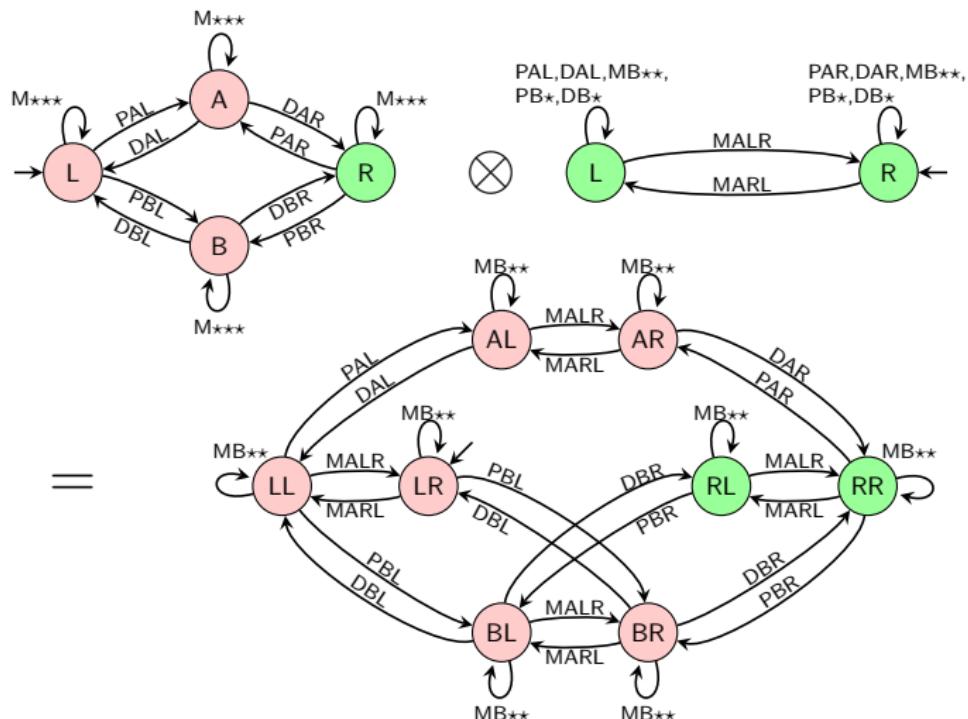
Das **synchrone Produkt** von \mathcal{S}^1 und \mathcal{S}^2 , geschrieben $\mathcal{S}^1 \otimes \mathcal{S}^2$, ist der Zustandsraum $\mathcal{S}^\otimes = \langle S^\otimes, A, cost, T^\otimes, s_0^\otimes, S_*^\otimes \rangle$ mit

- $S^\otimes := S^1 \times S^2$
- $T^\otimes := \{ \langle \langle s_1, s_2 \rangle, a, \langle t_1, t_2 \rangle \rangle \mid \langle s_1, a, t_1 \rangle \in T^1 \wedge \langle s_2, a, t_2 \rangle \in T^2 \}$
- $s_0^\otimes := \langle s_0^1, s_0^2 \rangle$
- $S_*^\otimes := S_*^1 \times S_*^2$

Beispiel: synchrones Produkt

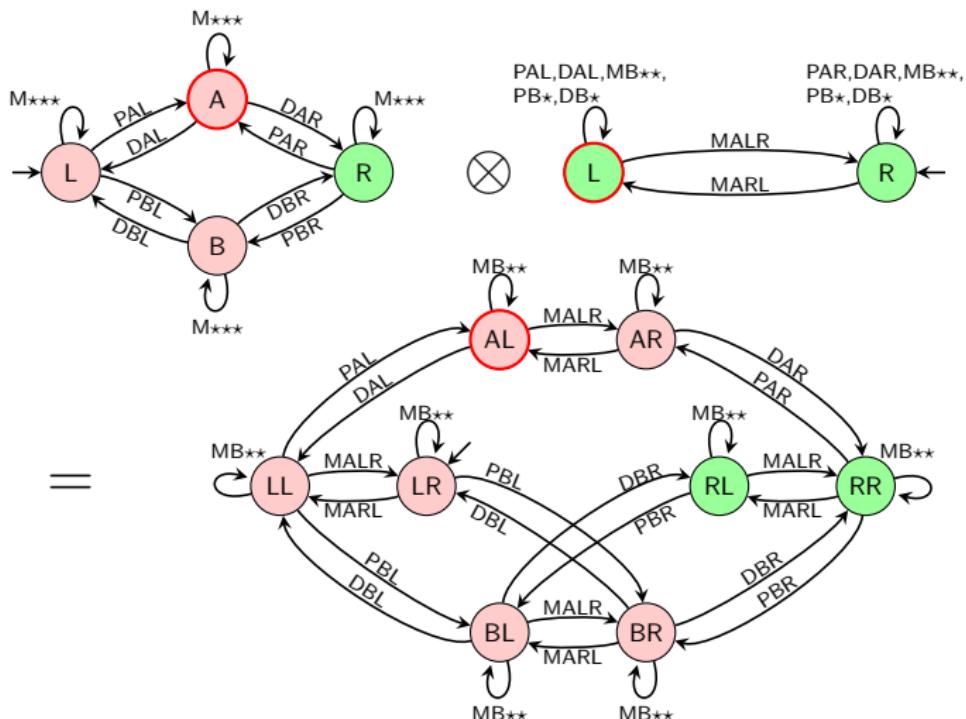
 $\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}}:$ 

Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

 $\mathcal{S}^{\pi\{\text{package}\}} \otimes \mathcal{S}^{\pi\{\text{truck A}\}}:$ 

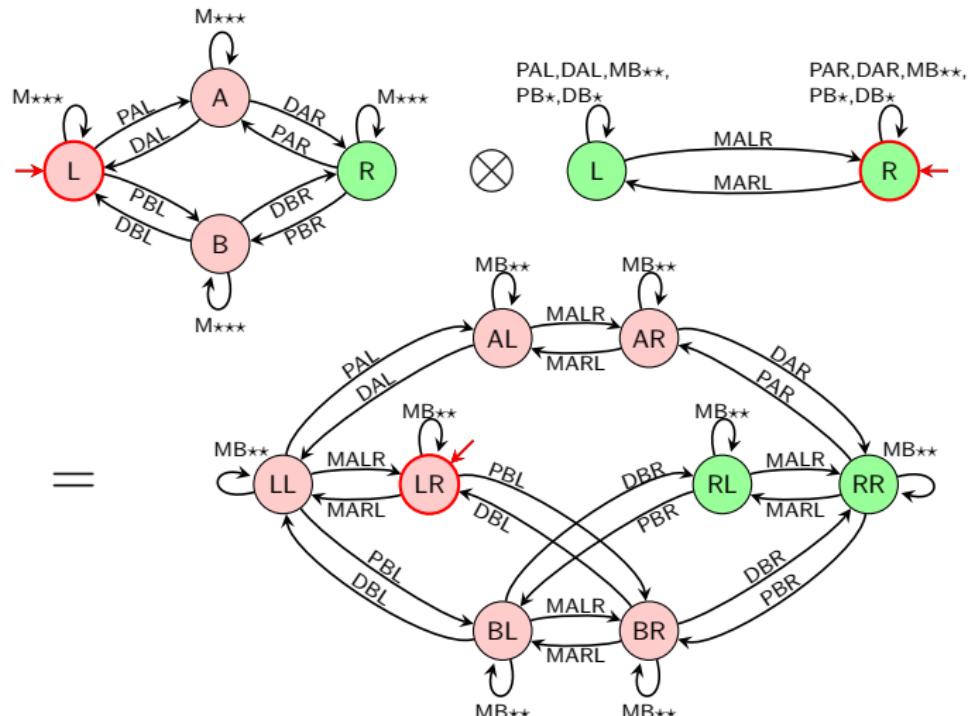
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}} : S^{\otimes} = S^1 \times S^2$$



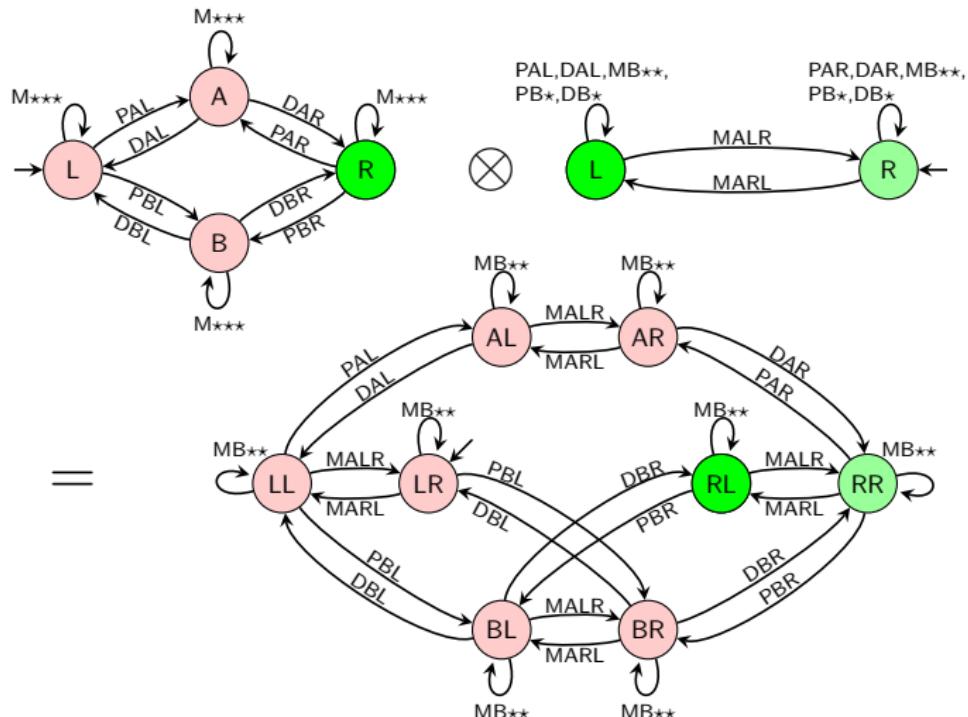
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}} : s_0^{\otimes} = \langle s_0^1, s_0^2 \rangle$$



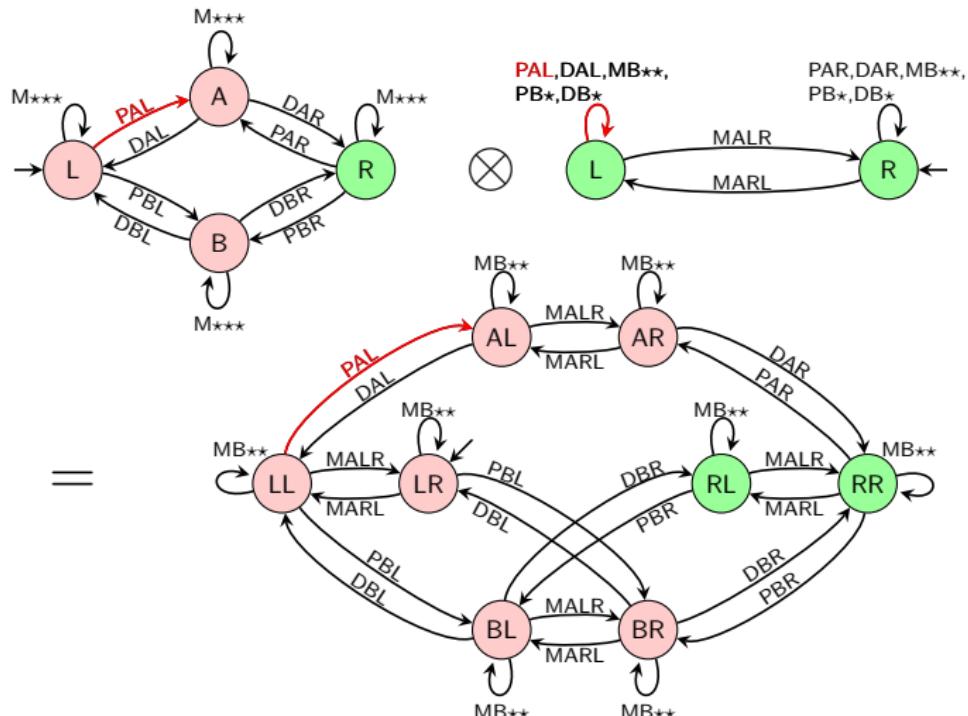
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}} : S_{\star}^{\otimes} = S_{\star}^1 \times S_{\star}^2$$



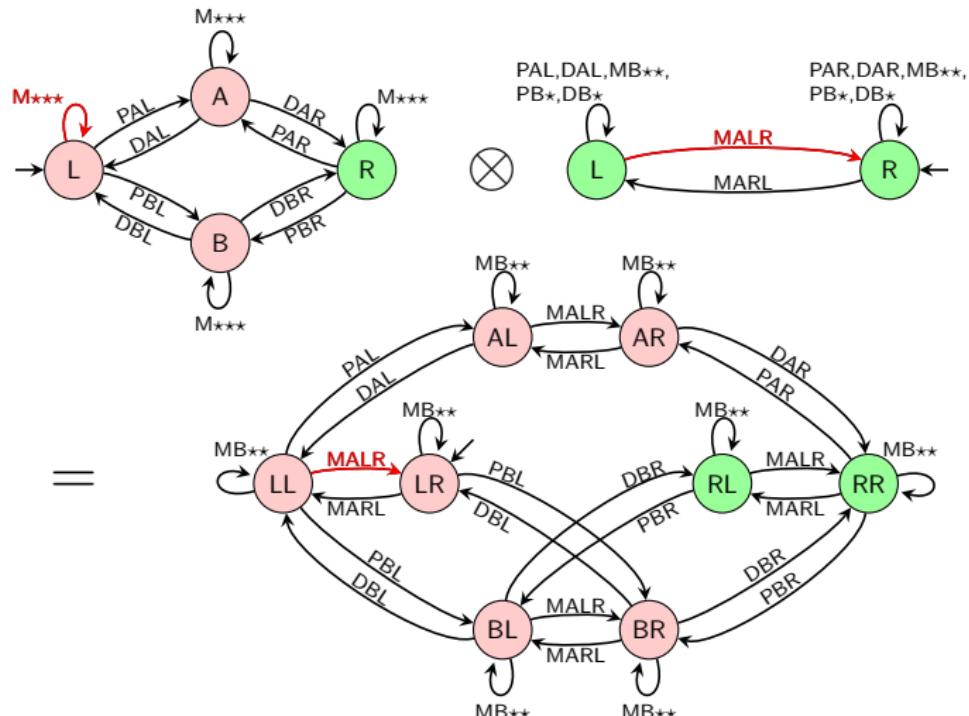
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{package} \}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{truck A} \}}} : \mathcal{T}^{\otimes} = \{ \langle \langle s_1, s_2 \rangle, a, \langle t_1, t_2 \rangle \rangle \mid \dots \}$$



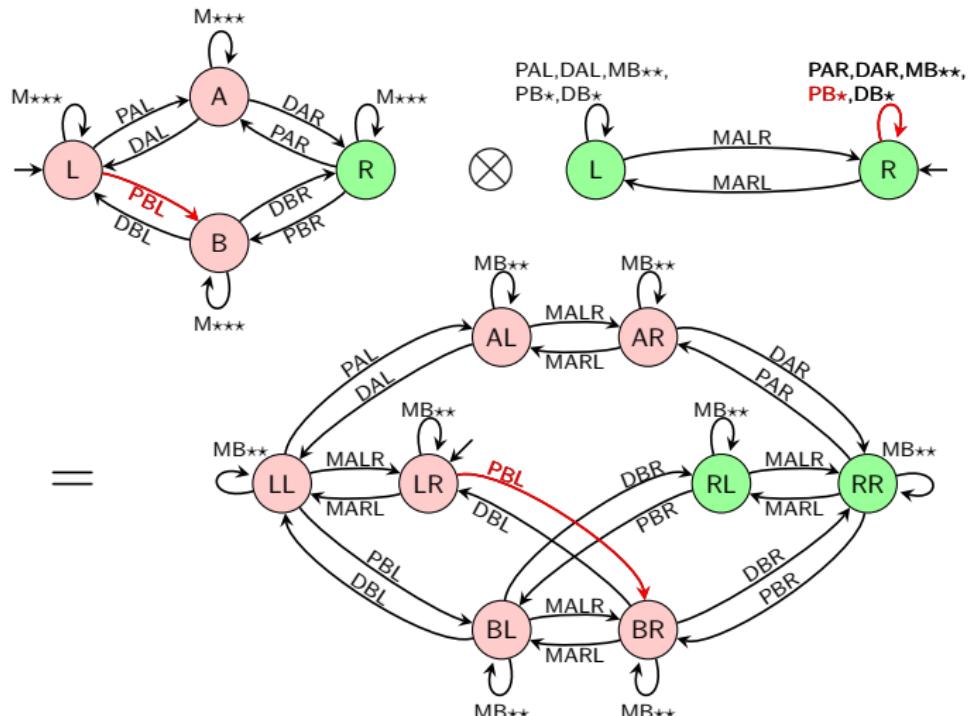
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{package} \}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{truck A} \}}} : T^{\otimes} = \{ \langle \langle s_1, s_2 \rangle, a, \langle t_1, t_2 \rangle \rangle \mid \dots \}$$



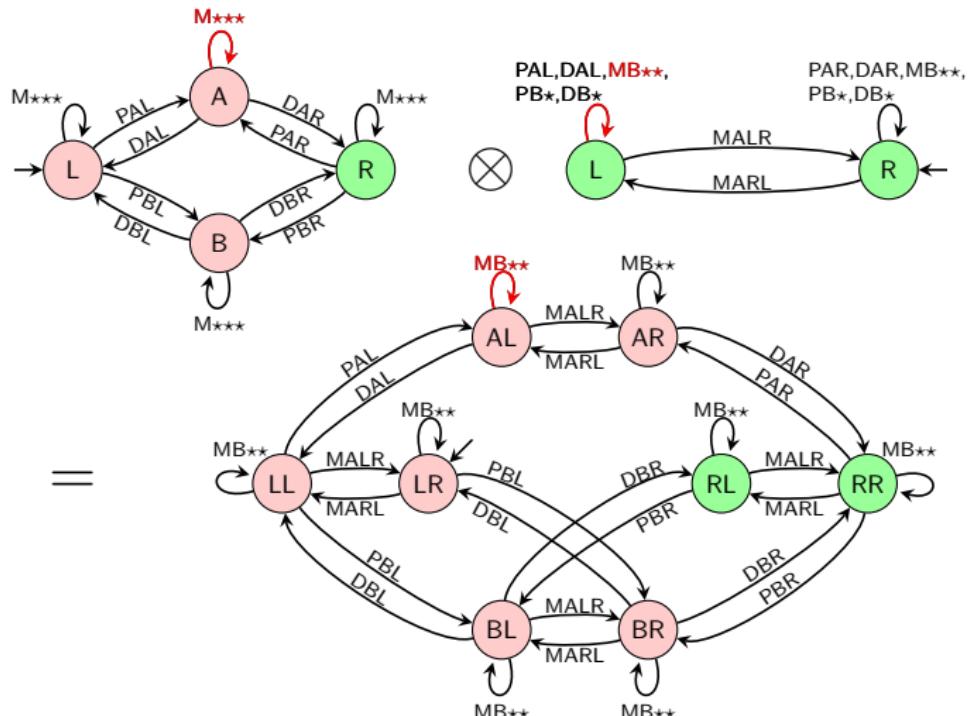
Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{package} \}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{truck A} \}}} : \mathcal{T}^{\otimes} = \{ \langle \langle s_1, s_2 \rangle, a, \langle t_1, t_2 \rangle \rangle \mid \dots \}$$



Beispiel: Berechnung des synchronen Produkts

$$\mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{package} \}}} \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{ \text{truck A} \}}} : T^{\otimes} = \{ \langle \langle s_1, s_2 \rangle, a, \langle t_1, t_2 \rangle \rangle \mid \dots \}$$



M&S-Abstraktionen: Kernideen (Fortsetzung)

Kernideen bei M&S:

- ① Information von zwei abstrakten Zustandsräumen \mathcal{A} und \mathcal{A}' für denselben konkreten Zustandsraum können durch eine einfache Graphenoperation **kombiniert** werden: **synchrone Produkt** $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}'$.
- ② Der **konkrete** Zustandsraum \mathcal{S} einer SAS⁺-Planungsaufgabe kann aus den **atomaren Projektionen** rekonstruiert werden:

$$\bigotimes_{v \in V} \mathcal{S}^{\pi_{\{v\}}} \text{ ist isomorph zu } \mathcal{S}$$

~~> baue feine Abstraktionen aus gröberen

- ③ Wenn Zwischenergebnisse zu gross werden:
Verkleinern durch Kombination einiger abstrakter Zustände

Berechnung von M&S-Abstraktionen

Generischer Algorithmus zur Berechnung von M&S-Abstraktionen

abs := $\{\mathcal{S}^{\pi\{v\}} \mid v \in V\}$ [Abstraktionen für atomare Projektionen]

while $|abs| > 1$:

select

 $\mathcal{S}^1, \mathcal{S}^2$ from **abs**

shrink

 \mathcal{S}^1 and/or \mathcal{S}^2 until $\text{size}(\mathcal{S}^1) \cdot \text{size}(\mathcal{S}^2) \leq K$

$abs := abs \setminus \{\mathcal{S}^1, \mathcal{S}^2\} \cup \{\mathcal{S}^1 \otimes \mathcal{S}^2\}$ [Merge-Schritt]

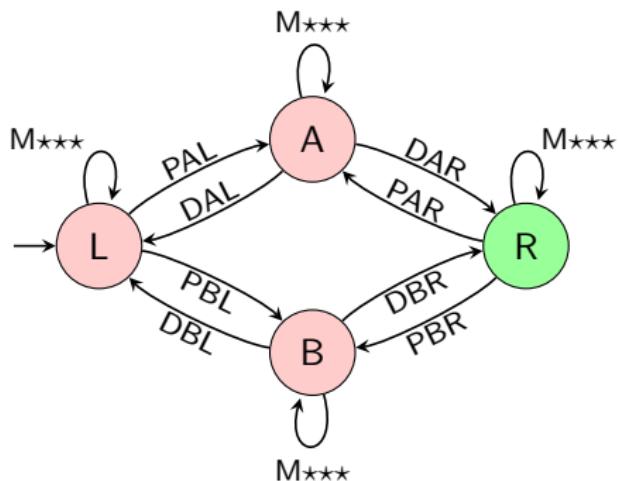
return the remaining abstraction in **abs**

K: Parameter, der max. Anzahl abstrakter Zustände begrenzt

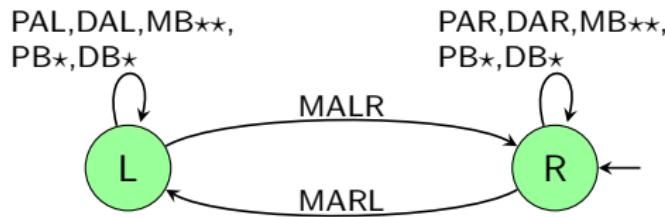
Praktische Implementierungen müssen entscheiden:

- Welche Abstraktionen werden ausgewählt? \rightsquigarrow Merge-Strategie
- Wie werden Abstraktionen geschrumpft? \rightsquigarrow Shrink-Strategie
- Wie soll K gewählt werden?

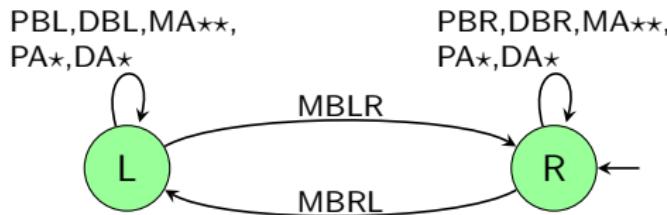
Initialisierungsschritt: atomare Projektion für das Paket

 $\mathcal{S}^{\pi_{\{\text{package}\}}}$:

Initialisierungsschritt: atomare Projektion für Lastwagen A

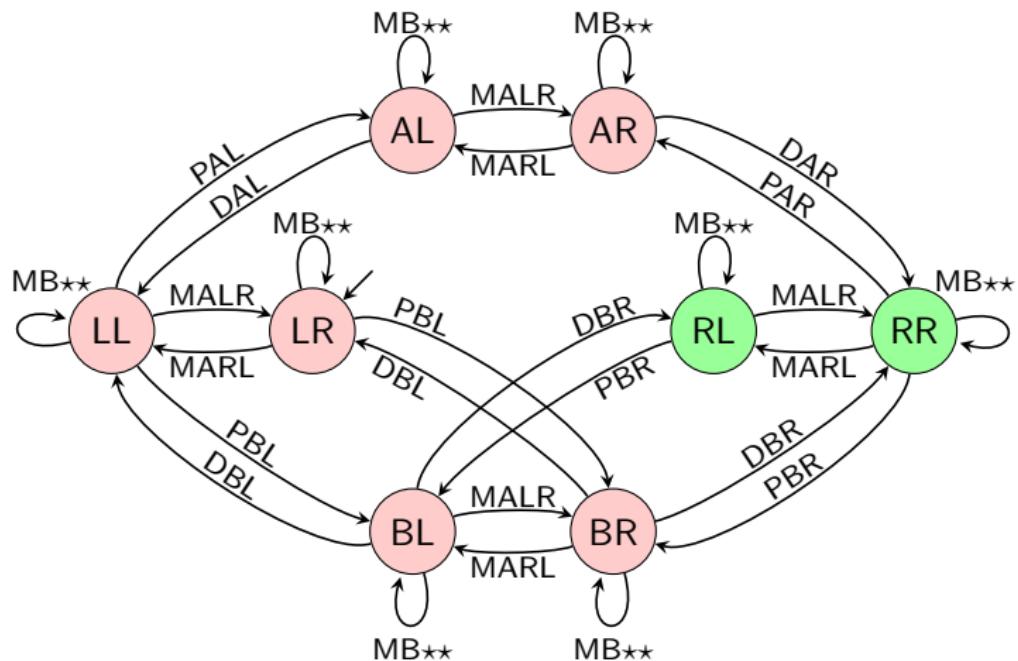
 $\mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}}$:

Initialisierungsschritt: atomare Projektion für Lastwagen B

 $\mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}$:aktuelle Abstraktionsmenge: $abs = \{\mathcal{S}^{\pi_{\{package\}}}, \mathcal{S}^{\pi_{\{truck A\}}}, \mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}\}$

Erster Merge-Schritt

$$\mathcal{S}^1 := \mathcal{S}^{\pi\{\text{package}\}} \otimes \mathcal{S}^{\pi\{\text{truck A}\}}:$$



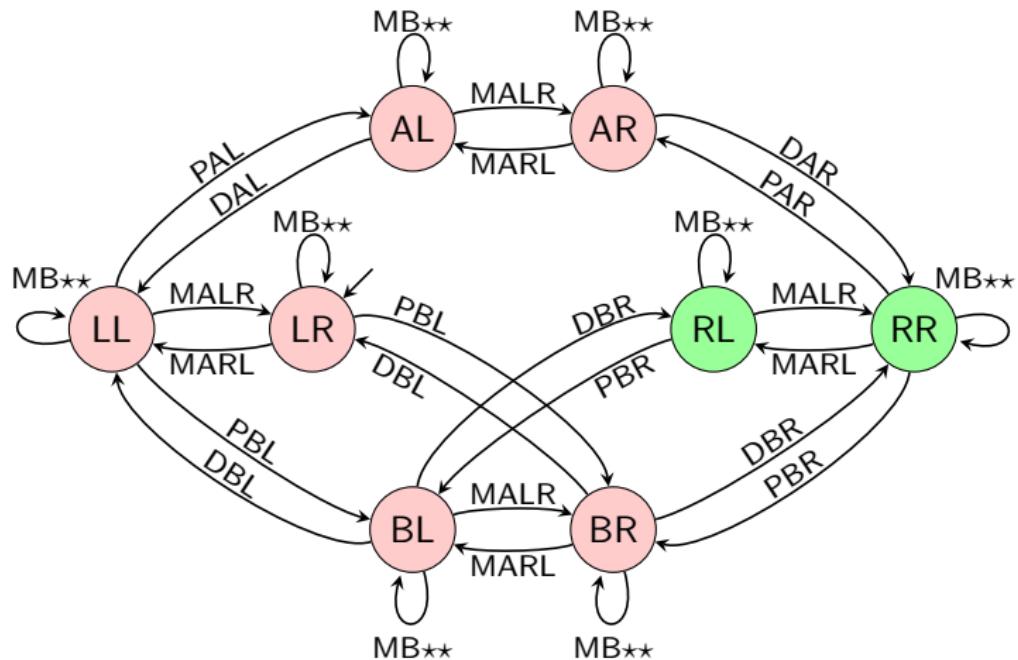
aktuelle Abstraktionsmenge: $abs = \{\mathcal{S}^1, \mathcal{S}^{\pi\{\text{truck B}\}}\}$

Müssen wir vereinfachen?

- Wenn wir genügend Speicher haben, können wir nun $\mathcal{S}^1 \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}$ berechnen, wonach wir den konkreten Zustandsraum des Problems konstruiert hätten.
- Um die allgemeine Idee zu illustrieren, nehmen wir jedoch an, dass wir nicht genug Speicher für dieses Produkt zur Verfügung haben.
- Genauer: wir nehmen an, dass wir nach jedem Merge-Schritt auf **vier** Zustände reduzieren müssen, um den Speicherverbrauch unter Kontrolle zu halten

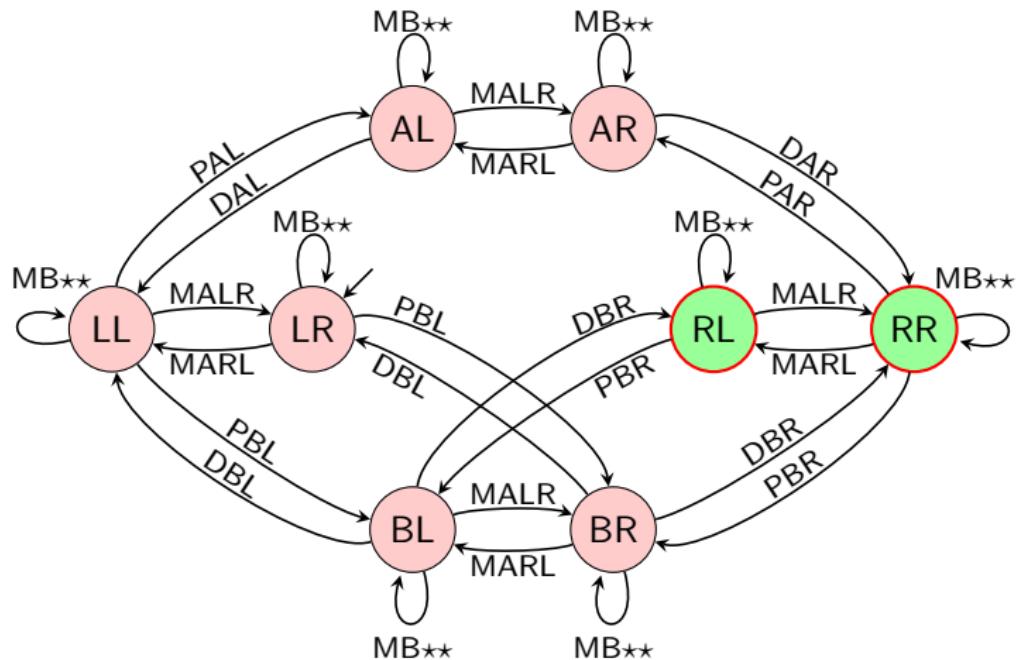
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



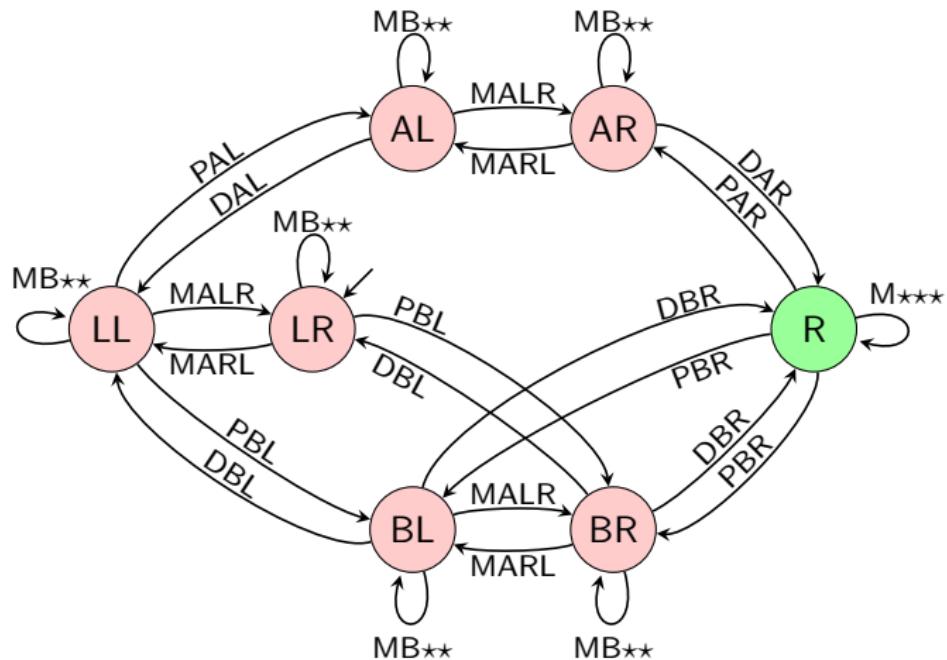
Erster Shrink-Schritt

$S^2 :=$ eine Abstraktion von S^1



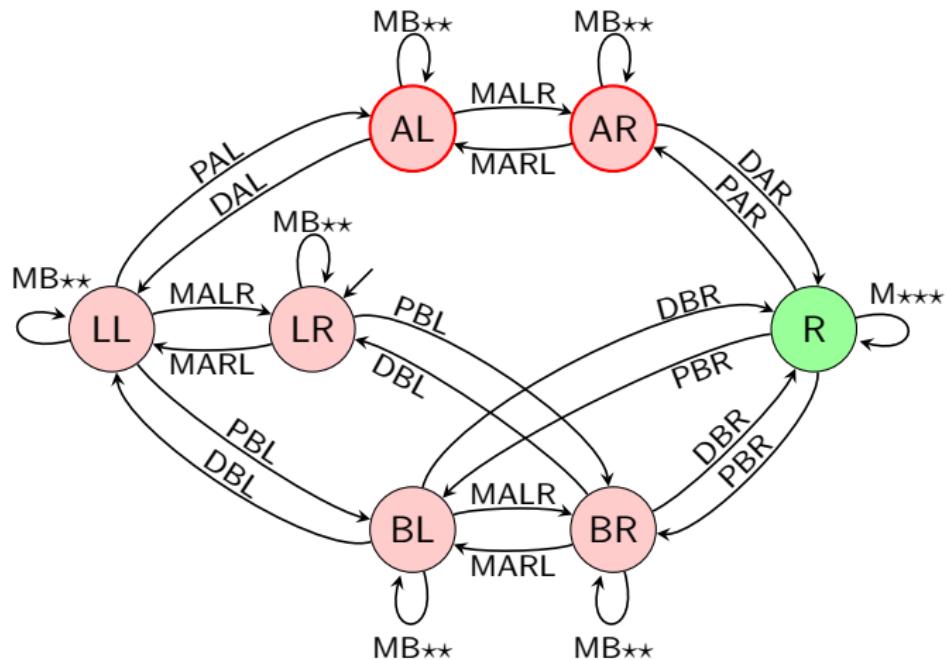
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



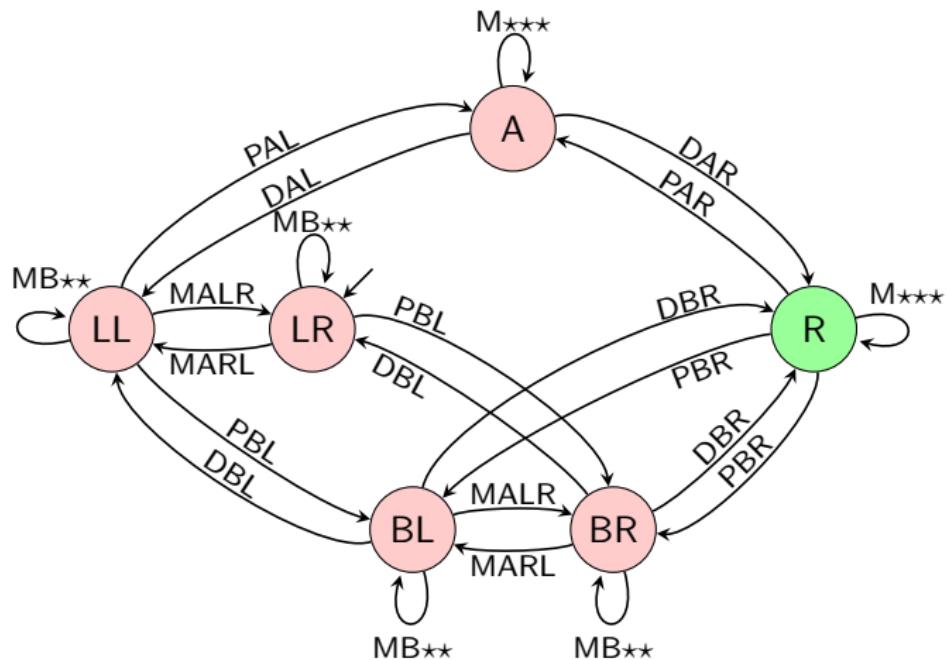
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



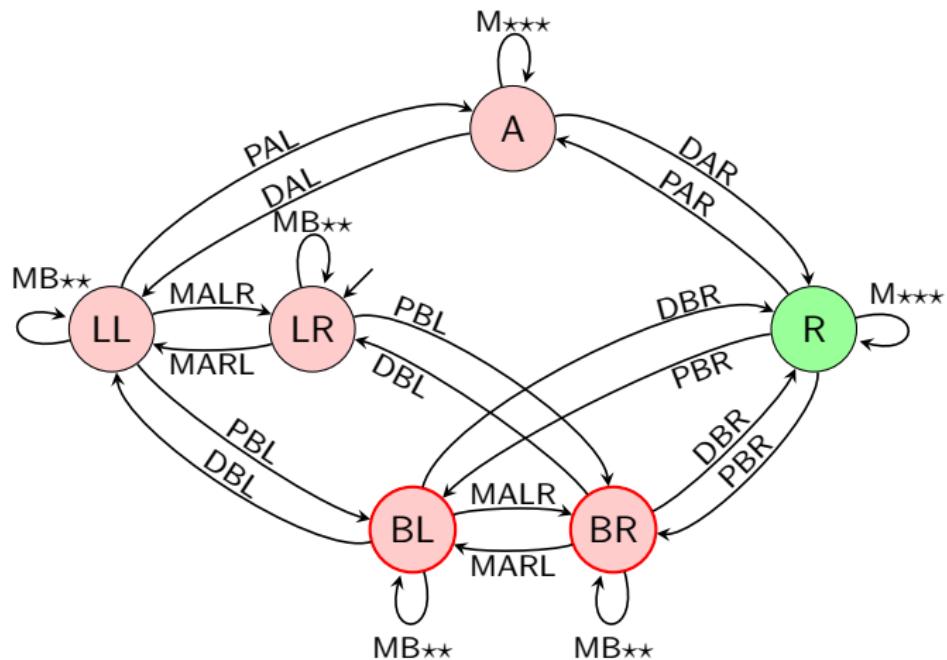
Erster Shrink-Schritt

$S^2 :=$ eine Abstraktion von S^1



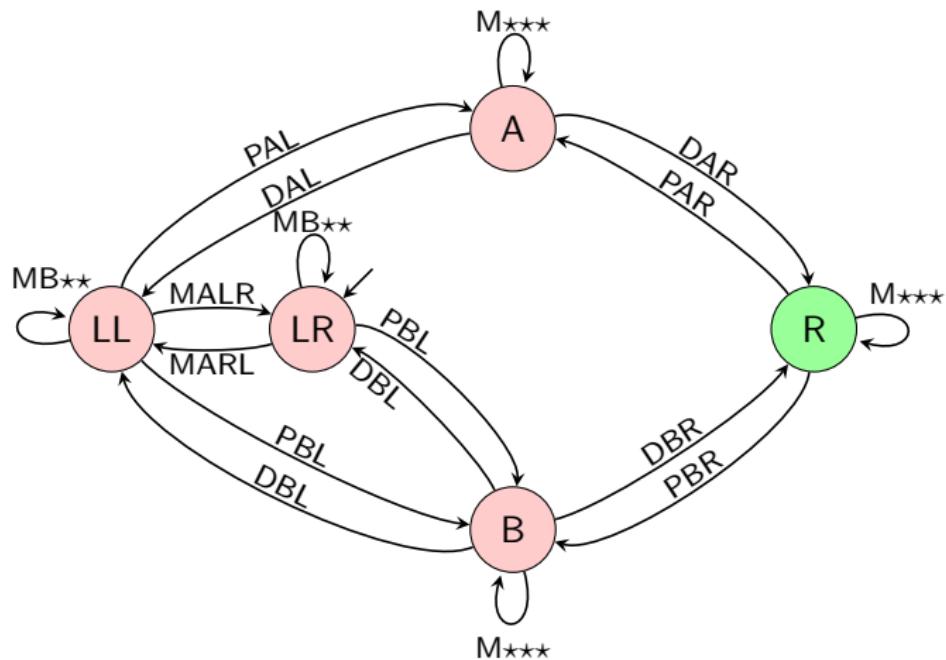
Erster Shrink-Schritt

$S^2 :=$ eine Abstraktion von S^1



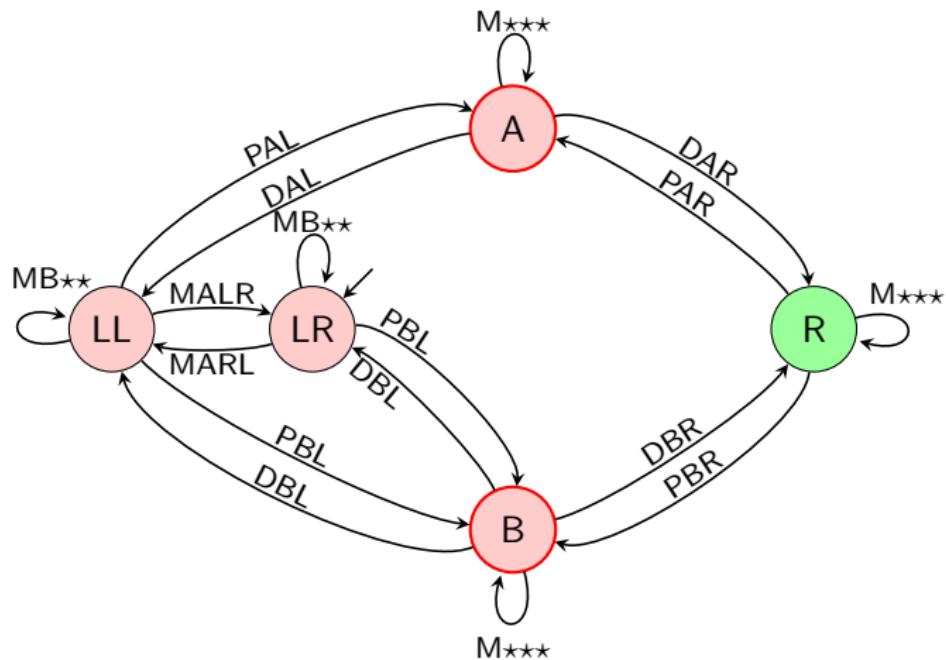
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



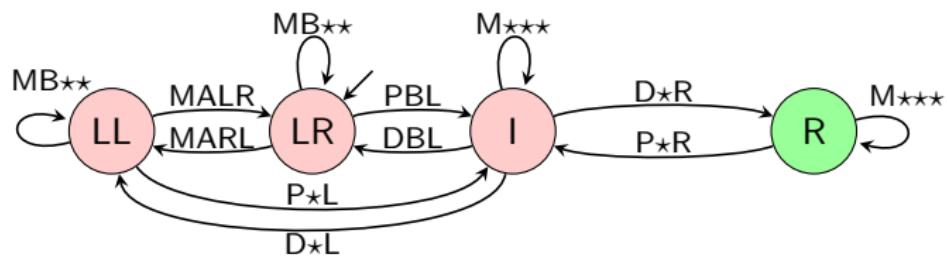
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



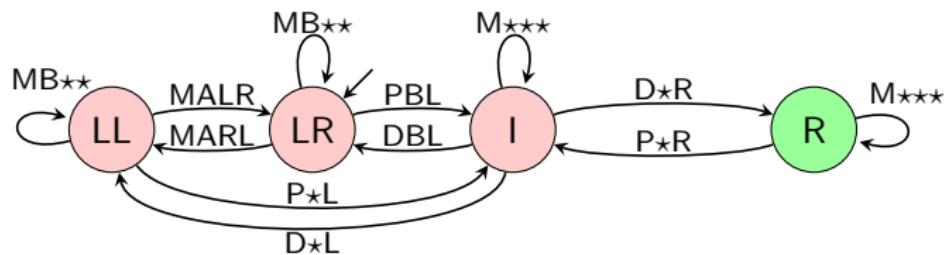
Erster Shrink-Schritt

$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



Erster Shrink-Schritt

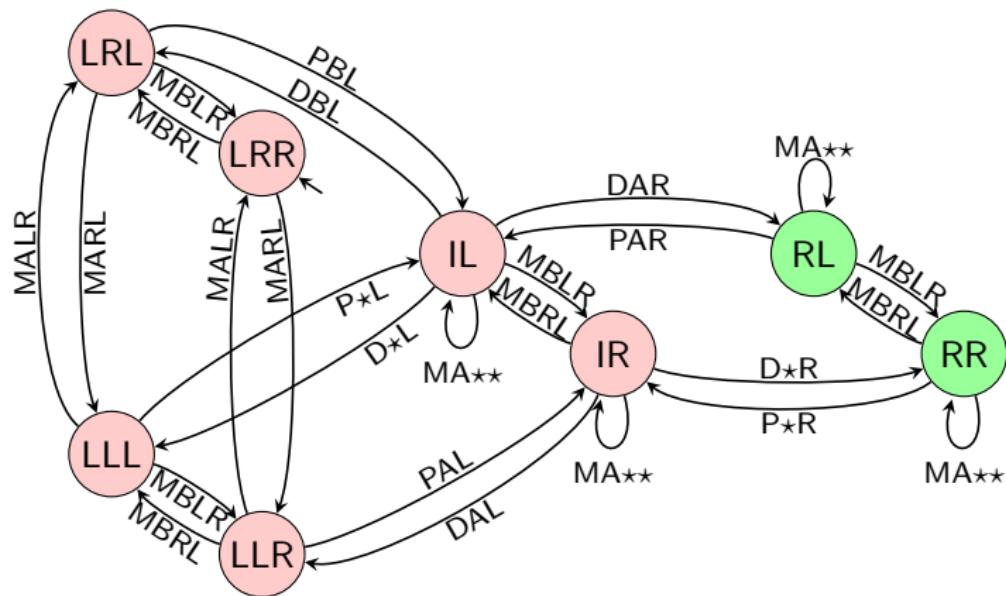
$\mathcal{S}^2 :=$ eine Abstraktion von \mathcal{S}^1



aktuelle Abstraktionsmenge: $abs = \{\mathcal{S}^2, \mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}\}$

Zweiter Merge-Schritt

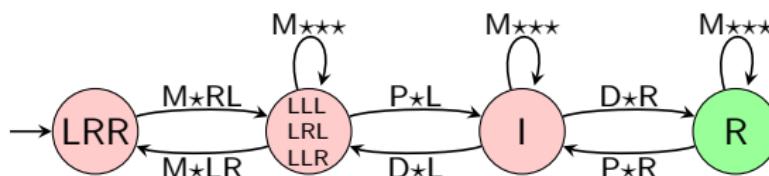
$$\mathcal{S}^3 := \mathcal{S}^2 \otimes \mathcal{S}^{\pi_{\{truck B\}}}$$



aktuelle Abstraktionsmenge: $\{\mathcal{S}^3\}$

Zweiter Shrink-Schritt

- Wir schrumpfen (um die Ideen zu illustrieren; der generische Algorithmus wäre hier fertig) \mathcal{S}^3 noch zu \mathcal{S}^4 und erhalten:



- Wir erhalten einen Heuristikwert von 3 für den Anfangszustand \rightsquigarrow **besser als jede PDB-Heuristik**, die nicht alle Variablen im Muster hat.
- Das Beispiel lässt sich auf mehr Orte und Lastwagen verallgemeinern, ohne dass man die Grössenschranke von 4 (nach dem Merge-Schritt) erhöhen müsste.

Merge-and-Shrink-Abstraktionen in der Praxis

Praktische Aspekte, auf die wir nicht eingehen:

- Wie wählen wir den Größenparameter?
- Welche Merge-Strategien sind gut?
- Welche Shrink-Strategien sind gut?
- Wie **implementieren** wir Merge-and-Shrink effizient?
 - gute Datenstrukturen und Algorithmen wichtig!