Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

6. Suchalgorithmen: Bestensuche

Malte Helmert

Universität Basel

22. März 2013

Einleitung

Heuristische Suchverfahren

Heuristische Suchverfahren:
Suchverfahren, die Heuristiken verwenden

- systematische Suche (Bestensuche):
  - gierige Bestensuche
  - A*
  - Weighted A*
  - IDA*
- lokale Suche:
  - Hill-Climbing
  - Simulierte Abkühlung
  - genetische Algorithmen

Suchprobleme: Überblick

Kapitelüberblick klassische Suchprobleme:

- Formalisierung von Suchproblemen ($\rightsquigarrow$ Kapitel 3)
- blinde Suchverfahren ($\rightsquigarrow$ Kapitel 4)
- Heuristiken ($\rightsquigarrow$ Kapitel 5)
- Bestensuche ($\rightsquigarrow$ dieses Kapitel)
- Eigenschaften von A*($\rightsquigarrow$ Kapitel 7)
- Lokale Suche ($\rightsquigarrow$ Kapitel 8)

Bestensuche

Bestensuche

Bestensuche (best-first search) ist eine Klasse von Suchverfahren, bei der in jedem Schritt der „beste“ Knoten expandiert wird.

- bei Entscheidung, welcher Knoten am besten ist, wird Heuristikfunktion verwendet
  - aber nicht unbedingt ausschliesslich
- als Graphen- oder Baumsuche möglich
- Normalfall: Graphensuche (d. h. mit Duplikatelimination)

Bestensuche: Varianten

Bestensuche

Eine Bestensuche ist ein heuristisches Suchverfahren, das Suchknoten mit einer Bewertungsfunktion f bewertet und immer einen Knoten n mit minimalem $f(n)$ expandiert.

- unterschiedliche Definitionen für f
  $\rightsquigarrow$ unterschiedliche Suchverfahren
- Implementation wie uniforme Kostensuche
  - Bestensuche mit $f(n) := g(n)$ ist uniforme Kostensuche
  - Allerdings würde man ein Verfahren, das h nicht verwendet, normalerweise nicht „Bestensuche“ nennen

Bestensuche: Pseudo-Code (ohne Reopening)

Bestensuche (mit verzögerter Duplikatelim., ohne Reopening)

open := **new** min-heap ordered by f
open.insert(make-root-node(init()))
closed := $\emptyset$
while not *open*.empty():
    n = *open*.pop-min()
    if n.state $\notin$ *closed*:
        closed := *closed* $\cup \{n.\text{state}\}$
        if is-goal(n.state):
            return extract-solution(n)
        for each $\langle a, s' \rangle \in$ succ(n.state):
            if $h(s') < \infty$:
                n' := make-node(n, a, s')
                open.insert(n')
return unsolvable

Bestensuche: Pseudo-Code (ohne Reopening)

Bestensuche (mit verzögerter Duplikatelim., ohne Reopening)

```
open := new min-heap ordered by f
open.insert(make-root-node(init()))
closed := ∅
while not open.empty():
    n = open.pop-min()
    if n.state ∉ closed:
        closed := closed ∪ {n.state}
        if is-goal(n.state):
            return extract-solution(n)
        for each ⟨a, s'⟩ ∈ succ(n.state):
            if h(s') < ∞:
                n' := make-node(n, a, s')
                open.insert(n')
return unsolvable
```

Reopening

- Erinnerung: uniforme Kostensuche besucht Zustände in Reihenfolge aufsteigender g-Werte

$\rightsquigarrow$ garantiert, dass bei Expansion eine Knotens billigster Pfad zu dessen Zustand gefunden wurde

- bei Bestensuche gilt dies im Allgemeinen nicht

$\rightsquigarrow$ manche Bestensuchverfahren expandieren bereits betrachtete Zustände erneut, wenn billigerer Pfad gefunden (Reopening)

Bestensuche: Pseudo-Code (mit Reopening)

Bestensuche (mit verzögerter Duplikatelimination und Reopening)

```
open := new min-heap ordered by f
open.insert(make-root-node(init()))
distances := new hash-table
while not open.empty():
    n = open.pop-min()
    if n.state ∉ distances or g(n) < distances[n.state]:
        distances[n.state] := g(n)
        if is-goal(n.state):
            return extract-solution(n)
        for each ⟨a, s'⟩ ∈ succ(n.state):
            if h(s') < ∞:
                n' := make-node(n, a, s')
                open.insert(n')
return unsolvable
```

distances steuert Reopening und übernimmt Rolle von *closed*

Die wichtigsten Bestensuchverfahren

Die wichtigsten Bestensuchverfahren:

Die wichtigsten Bestensuchverfahren

Die wichtigsten Bestensuchverfahren:

- $f(n) = h(n)$:
  - $\rightsquigarrow$ gierige Bestensuche (greedy best-first search)
  - $\rightsquigarrow$ nur die Heuristik zählt

Die wichtigsten Bestensuchverfahren

Die wichtigsten Bestensuchverfahren:

- $f(n) = h(n)$:
  - $\rightsquigarrow$ gierige Bestensuche (greedy best-first search)
  - $\rightsquigarrow$ nur die Heuristik zählt
- $f(n) = g(n) + h(n)$:
  - $\rightsquigarrow$ A*
  - $\rightsquigarrow$ Kombination aus Pfadkosten und Heuristik

Die wichtigsten Bestensuchverfahren

Die wichtigsten Bestensuchverfahren:

- $f(n) = h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ gierige Bestensuche (greedy best-first search)
  $\rightsquigarrow$ nur die Heuristik zählt
- $f(n) = g(n) + h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ A*
  $\rightsquigarrow$ Kombination aus Pfadkosten und Heuristik
- $f(n) = g(n) + w \cdot h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ Weighted A*
  ähnlich A*; $w \in \mathbb{R}_0^+$ ist ein Parameter

Die wichtigsten Bestensuchverfahren

Die wichtigsten Bestensuchverfahren:

- $f(n) = h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ gierige Bestensuche (greedy best-first search)
  $\rightsquigarrow$ nur die Heuristik zählt
- $f(n) = g(n) + h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ A*
  $\rightsquigarrow$ Kombination aus Pfadkosten und Heuristik
- $f(n) = g(n) + w \cdot h(n)$:
  $\rightsquigarrow$ Weighted A*
  ähnlich A*; $w \in \mathbb{R}_0^+$ ist ein Parameter

$\rightsquigarrow$ im Folgenden: detailliertere Besprechung dieser Algorithmen

Gierige Bestensuche

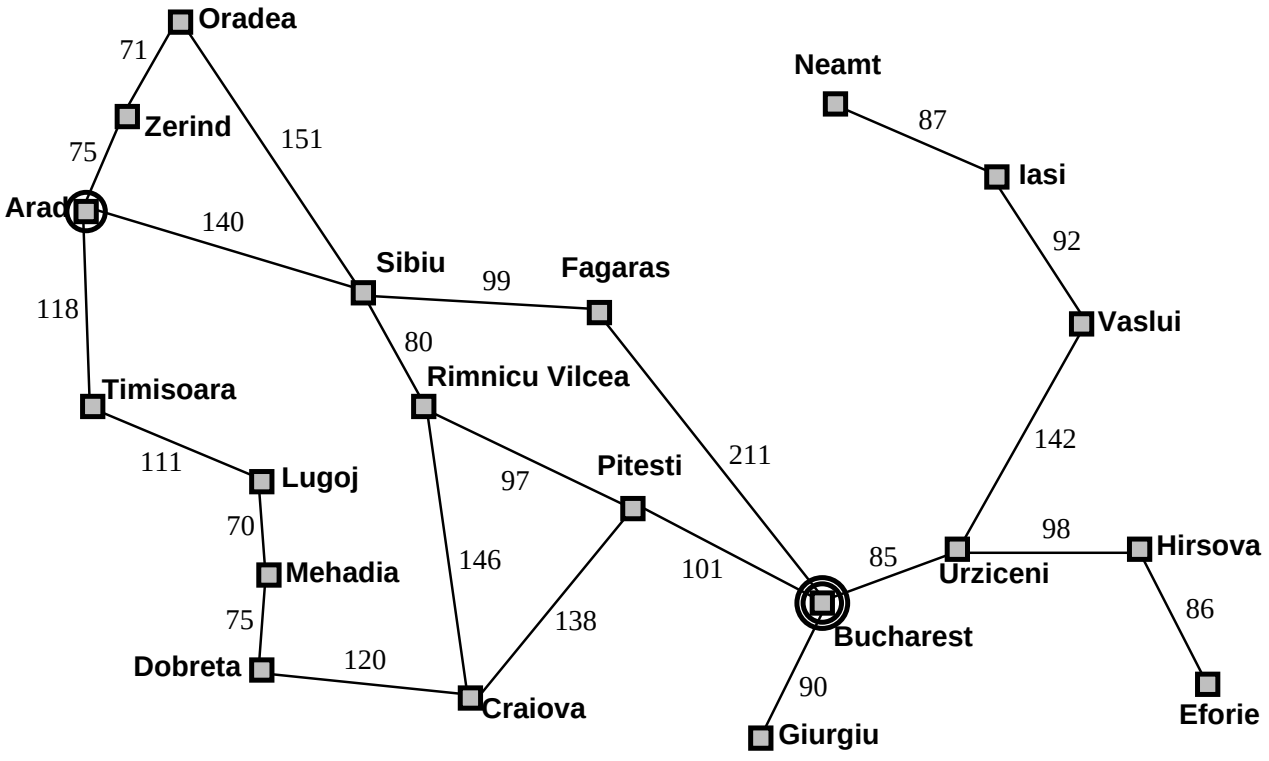
Gierige Bestensuche

Gierige Bestensuche

Berücksichtige nur die Heuristik: $f(n) = h(n)$

- normalerweise aus Effizienzgründen ohne Reopening implementiert
- wir betrachten nur diese Variante

Beispiel: gierige Bestensuche für Routenplanung

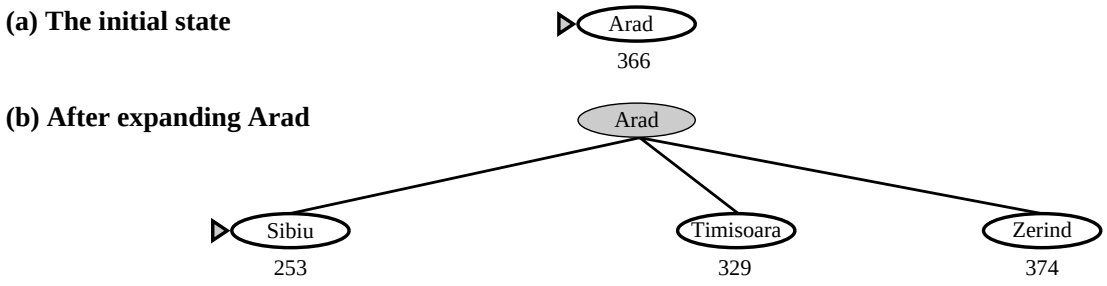


Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Drobeta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	100
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

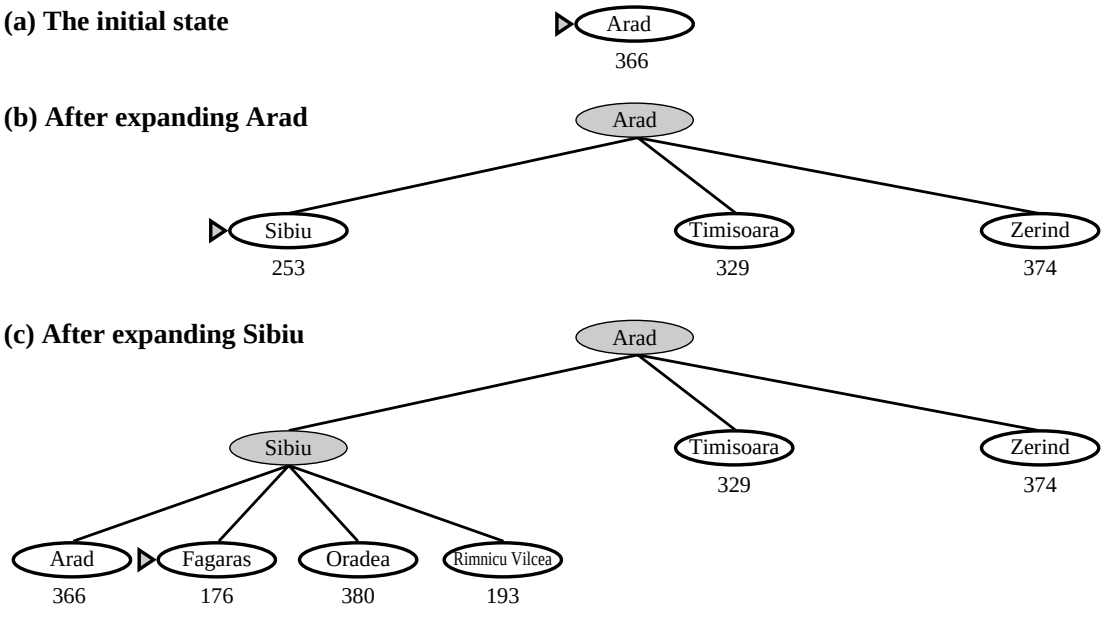
Beispiel: gierige Bestensuche für Routenplanung

(a) The initial state

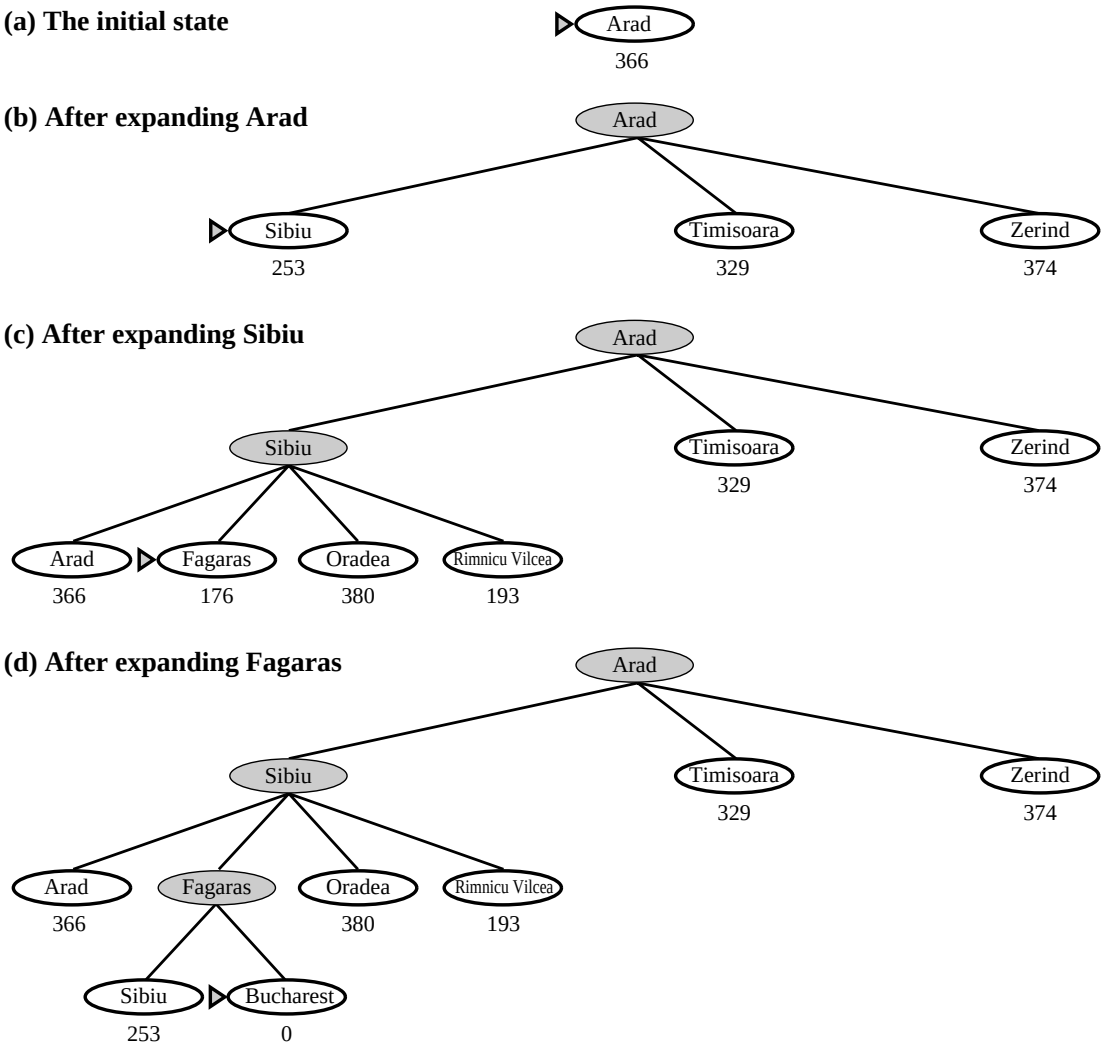
Beispiel: gierige Bestensuche für Routenplanung



Beispiel: gierige Bestensuche für Routenplanung



Beispiel: gierige Bestensuche für Routenplanung



Gierige Bestensuche: Eigenschaften

- vollständig für sichere Heuristiken (wegen Duplikatelimination)
- suboptimal (Lösung kann beliebig schlecht sein)
- oft eines der besten Suchverfahren in der Praxis
- monotone Transformationen von h (z. B. Skalierung, Addition einer Konstante) ändern nicht das Verhalten

A*

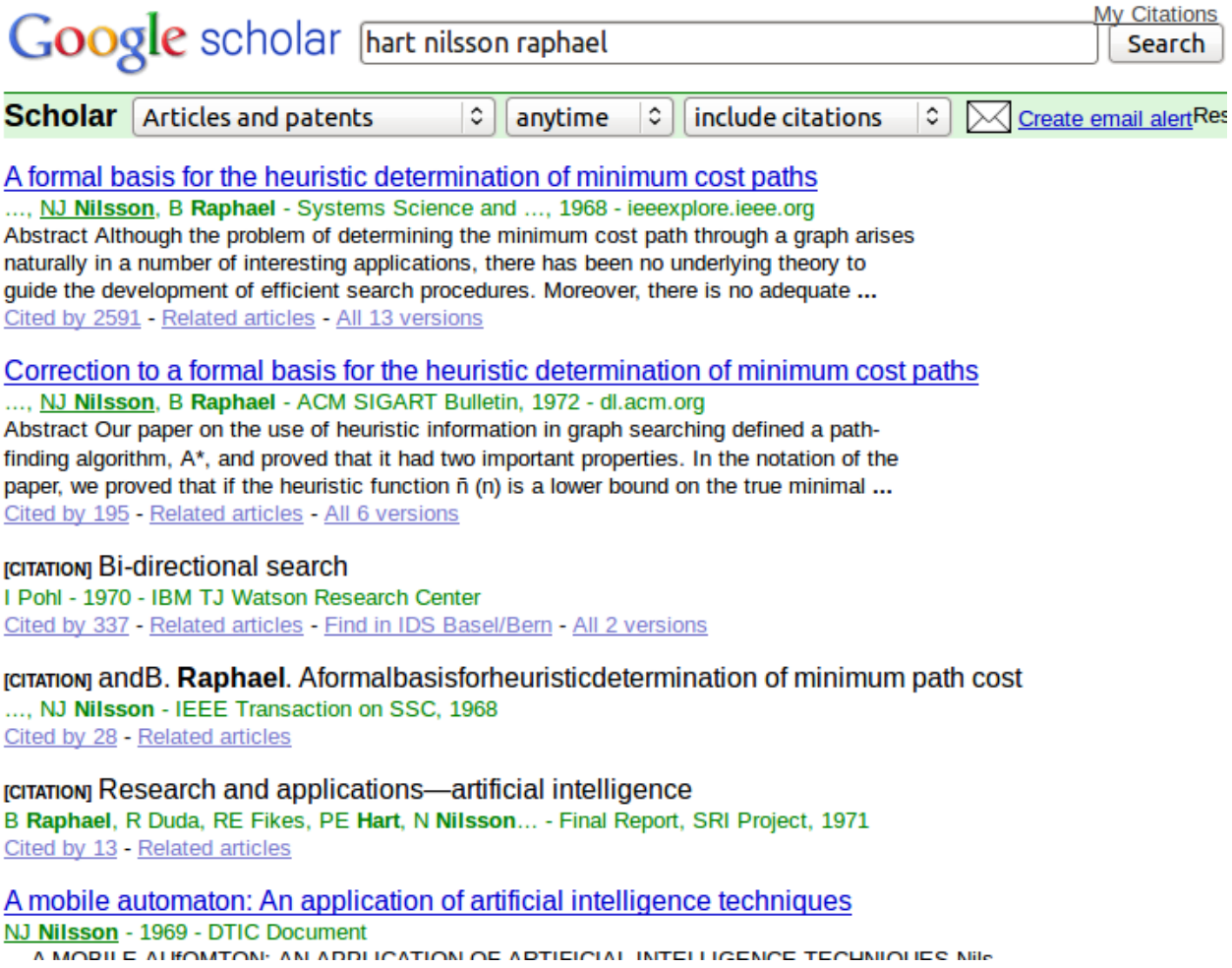
A*

A*

Kombiniere gierige Suche mit uniformer Kostensuche:
$f(n) = g(n) + h(n)$

- Abwägen zwischen Pfadkosten und Zielnähe
- $f(n)$ schätzt Kosten der günstigsten Lösung vom Anfangszustand über n ins Ziel

A*: Zitierungen



Google scholar hart nilsson raphael Search

My Citations

Scholar Articles and patents anytime include citations Create email alert

A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths
..., NJ Nilsson, B Raphael - Systems Science and ..., 1968 - ieeexplore.ieee.org
Abstract Although the problem of determining the minimum cost path through a graph arises naturally in a number of interesting applications, there has been no underlying theory to guide the development of efficient search procedures. Moreover, there is no adequate ...
Cited by 2591 - Related articles - All 13 versions

Correction to a formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths
..., NJ Nilsson, B Raphael - ACM SIGART Bulletin, 1972 - dl.acm.org
Abstract Our paper on the use of heuristic information in graph searching defined a path-finding algorithm, A*, and proved that it had two important properties. In the notation of the paper, we proved that if the heuristic function ñ (n) is a lower bound on the true minimal ...
Cited by 195 - Related articles - All 6 versions

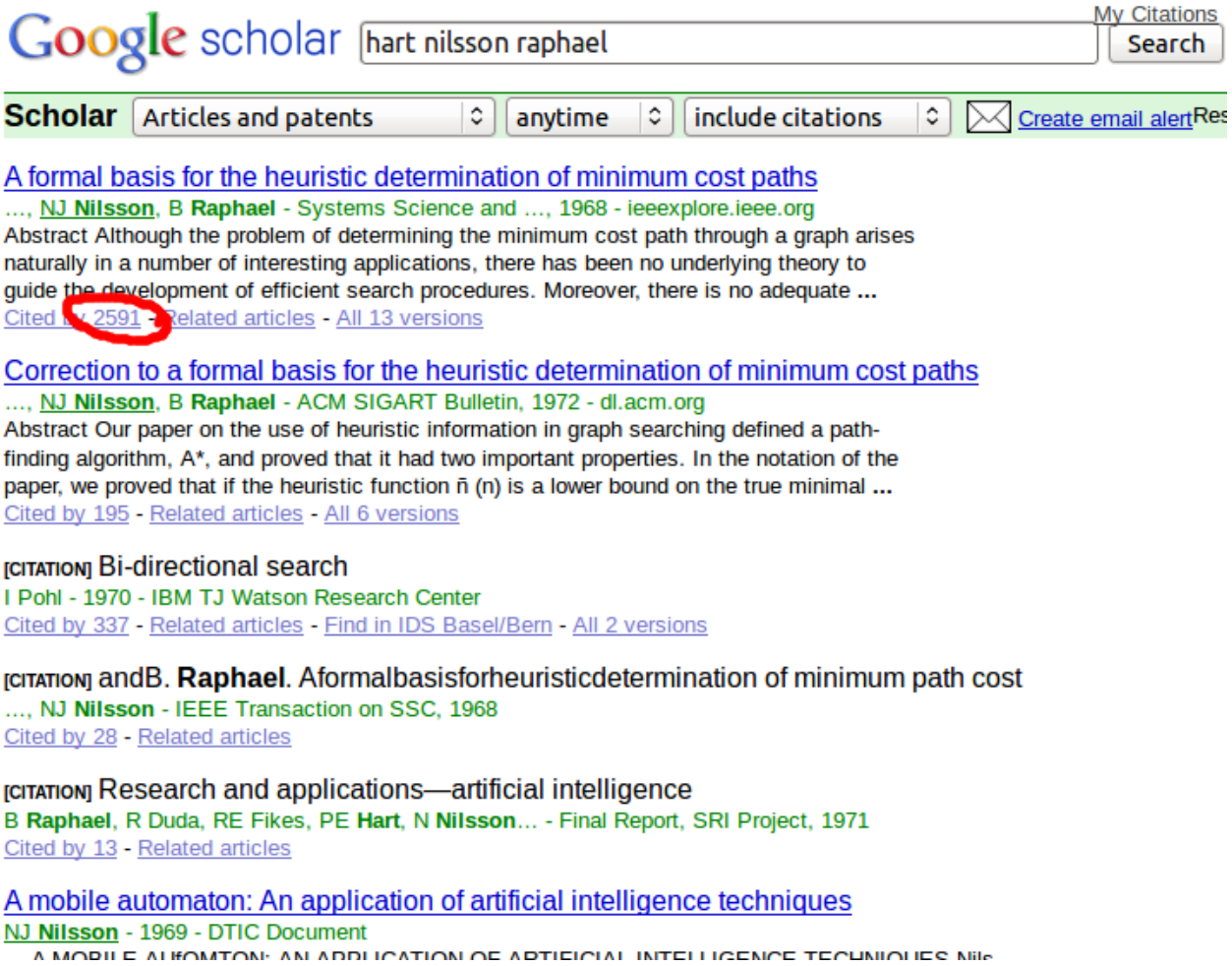
[CITATION] Bi-directional search
I Pohl - 1970 - IBM TJ Watson Research Center
Cited by 337 - Related articles - Find in IDS Basel/Bern - All 2 versions

[CITATION] andB. Raphael. Aformalbasisforheuristicdetermination of minimum path cost
..., NJ Nilsson - IEEE Transaction on SSC, 1968
Cited by 28 - Related articles

[CITATION] Research and applications—artificial intelligence
B Raphael, R Duda, RE Fikes, PE Hart, N Nilsson... - Final Report, SRI Project, 1971
Cited by 13 - Related articles

A mobile automaton: An application of artificial intelligence techniques
NJ Nilsson - 1969 - DTIC Document
A MOBILE AUTOMATON: AN APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES Nils

A*: Zitierungen



Google scholar hart nilsson raphael Search — My Citations

Scholar | Articles and patents | anytime | include citations | Create email alert

A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths
..., NJ **Nilsson**, B **Raphael** - Systems Science and ..., 1968 - ieeexplore.ieee.org
Abstract Although the problem of determining the minimum cost path through a graph arises naturally in a number of interesting applications, there has been no underlying theory to guide the development of efficient search procedures. Moreover, there is no adequate ...
Cited by 2591 - Related articles - All 13 versions

Correction to a formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths
..., NJ **Nilsson**, B **Raphael** - ACM SIGART Bulletin, 1972 - dl.acm.org
Abstract Our paper on the use of heuristic information in graph searching defined a path-finding algorithm, A*, and proved that it had two important properties. In the notation of the paper, we proved that if the heuristic function $\bar{n}$ (n) is a lower bound on the true minimal ...
Cited by 195 - Related articles - All 6 versions

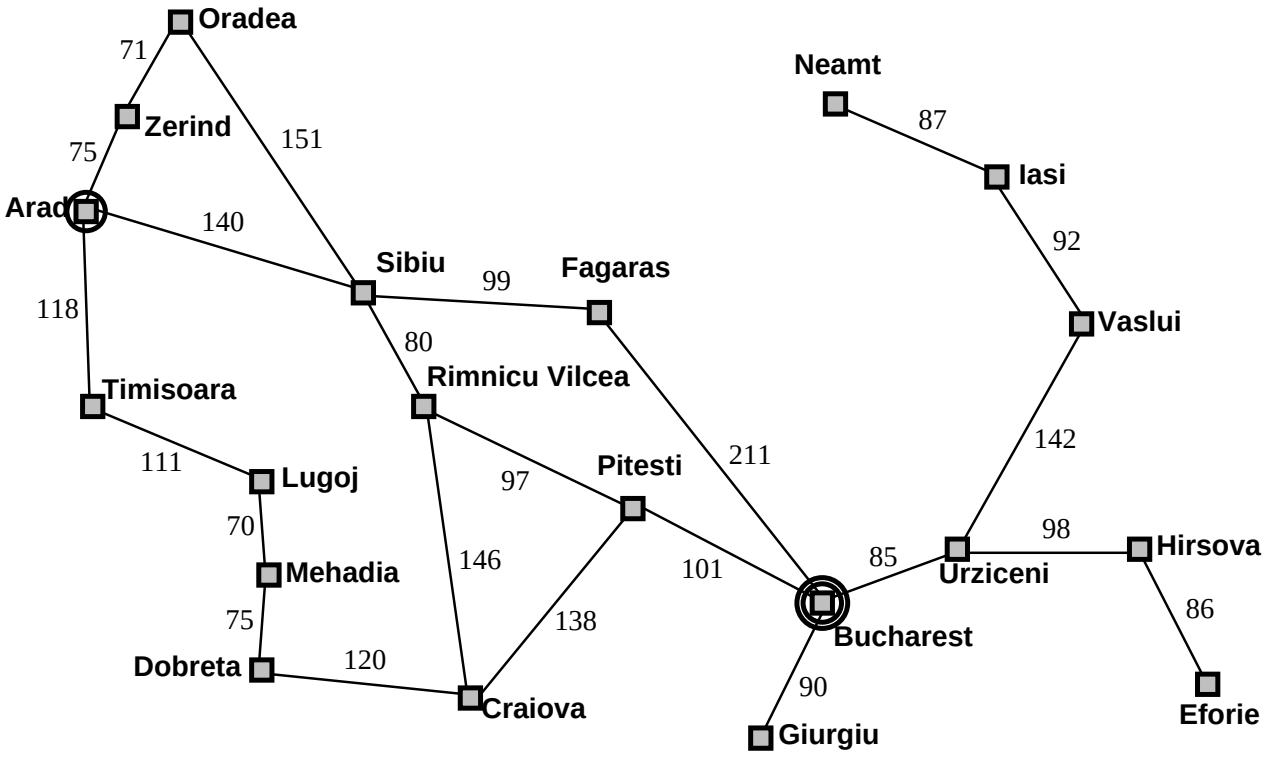
[CITATION] Bi-directional search
I Pohl - 1970 - IBM TJ Watson Research Center
Cited by 337 - Related articles - Find in IDS Basel/Bern - All 2 versions

[CITATION] andB. **Raphael**. Aformalbasisforheuristicdetermination of minimum path cost
..., NJ **Nilsson** - IEEE Transaction on SSC, 1968
Cited by 28 - Related articles

[CITATION] Research and applications—artificial intelligence
B **Raphael**, R Duda, RE Fikes, PE **Hart**, N **Nilsson**... - Final Report, SRI Project, 1971
Cited by 13 - Related articles

A mobile automaton: An application of artificial intelligence techniques
NJ **Nilsson** - 1969 - DTIC Document
A MOBILE AUTOMATON: AN APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES Nils

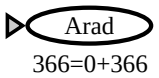
Beispiel: A* für Routenplanung



Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Drobeta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	100
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

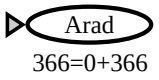
Beispiel: A* für Routenplanung

(a) The initial state

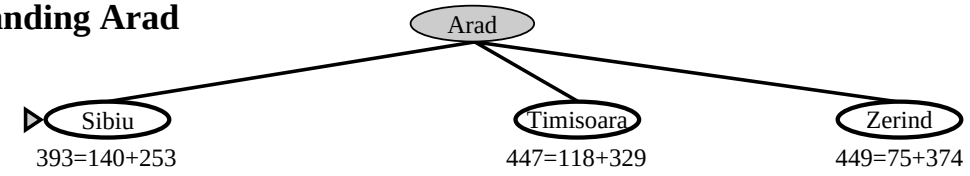


Beispiel: A* für Routenplanung

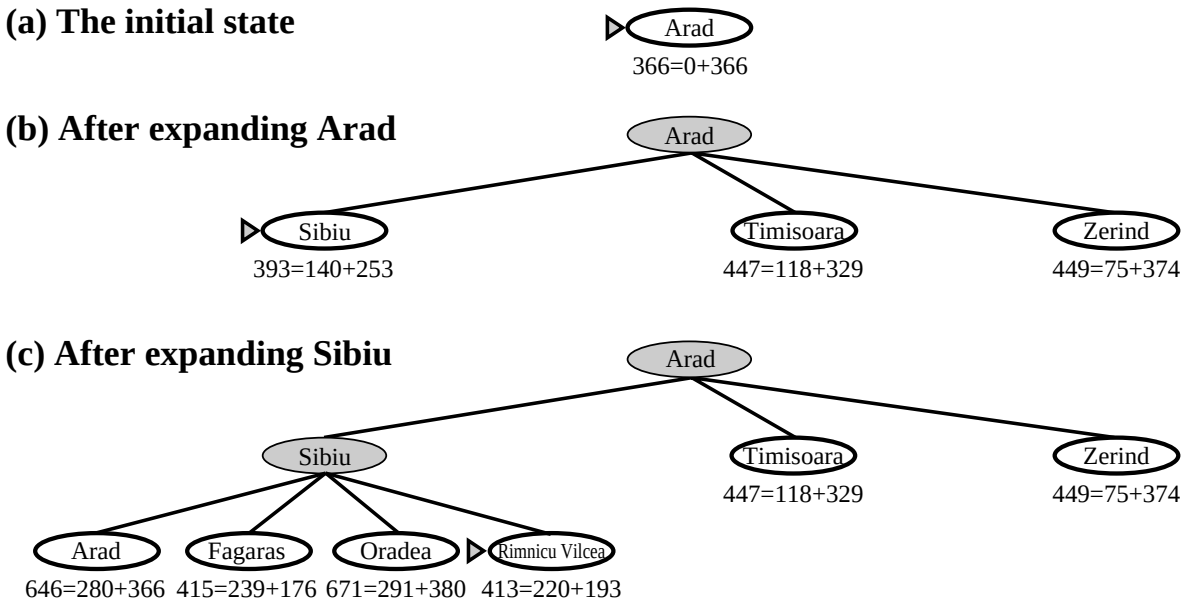
(a) The initial state



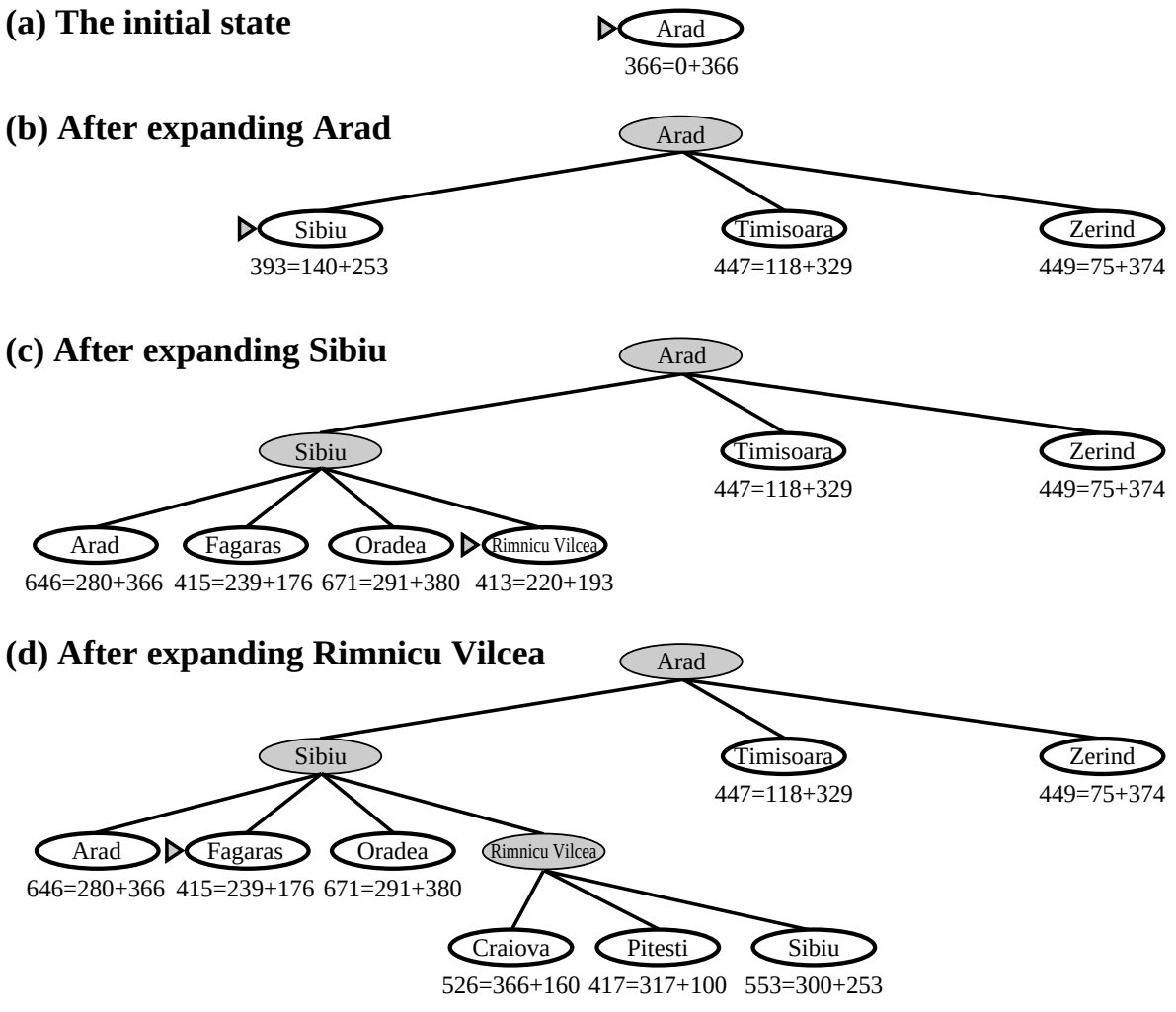
(b) After expanding Arad



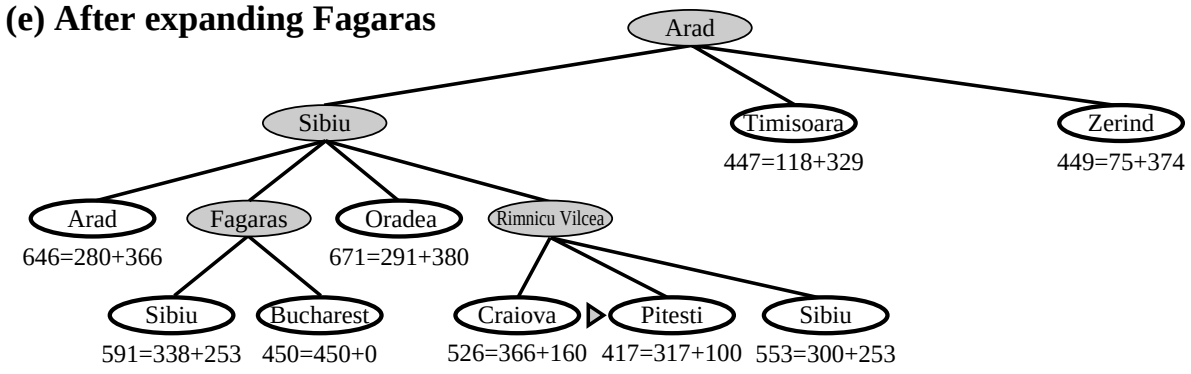
Beispiel: A* für Routenplanung



Beispiel: A* für Routenplanung

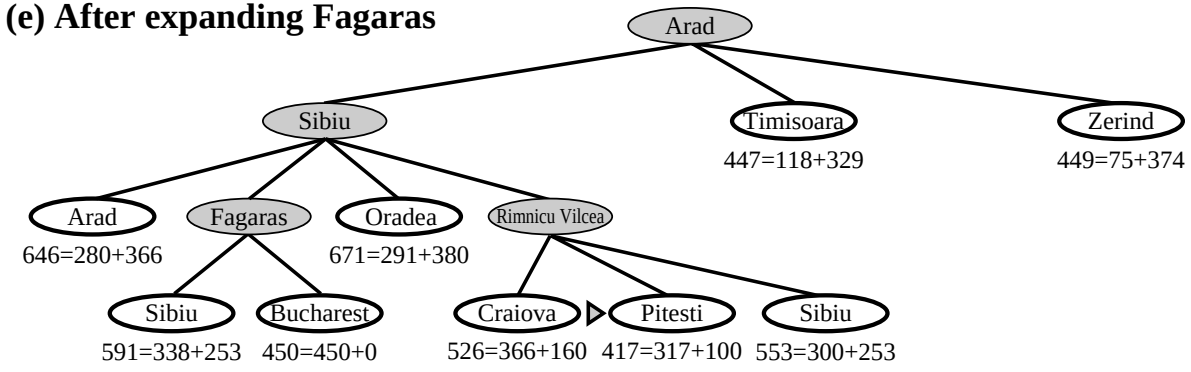


Beispiel: A* für Routenplanung

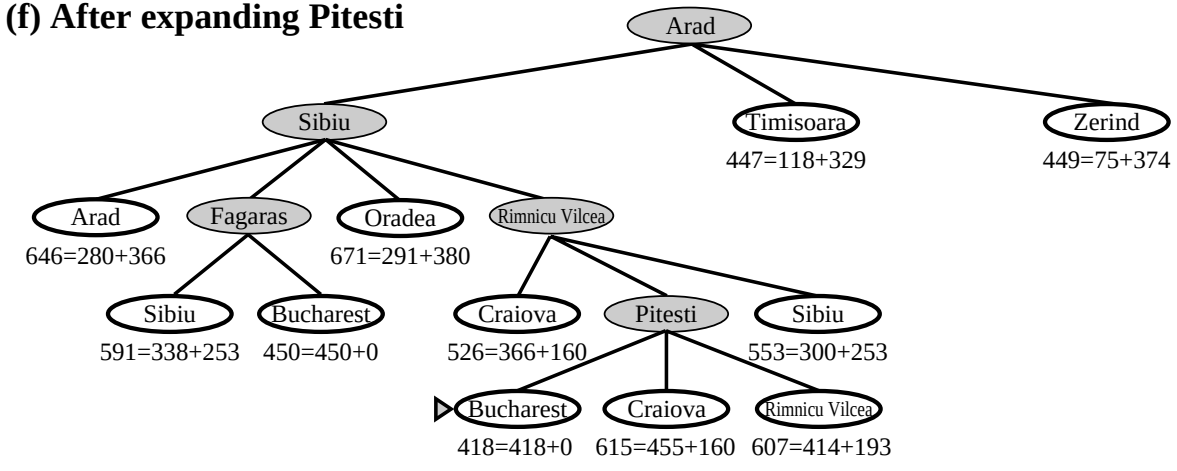


Beispiel: A* für Routenplanung

(e) After expanding Fagaras



(f) After expanding Pitesti



A*: Eigenschaften

- vollständig für sichere Heuristiken
- mit Reopening:
  - optimal, wenn Heuristik zulässig
- ohne Reopening:
  - optimal, wenn Heuristik konsistent und zielerkennend

$\rightsquigarrow$ Beweise: nächstes Kapitel

A*: Implementierungsaspekte

Einige praktische Hinweise für die Implementation von A*:

- Bei Knoten mit identischen f-Werten wird der h-Wert zur Heap-Ordnung herangezogen.
  Dabei werden Knoten mit niedrigen h-Werten bevorzugt.
- häufiger Bug: Reopening wird vergessen,
  obwohl Konsistenz nicht garantiert ist
- häufiger Bug: Duplikatelimination wird schon
  bei der Erzeugung von Knoten vorgenommen
- häufiger Bug: Zieltest findet an der falschen Stelle statt
- all diese Bugs können lange unerkannt bleiben
  und führen im Allgemeinen zum Verlust der Optimalität

Weighted A*

Weighted A*

Weighted A*

A* mit stärker gewichteter Heuristik: $f(n) = g(n) + w \cdot h(n)$,
wobei Gewicht $w \in \mathbb{R}_0^+$ mit $w \geq 1$ frei wählbarer Parameter

Weighted A*: Eigenschaften

Das frei wählbare Gewicht steuert, wie gierig der Algorithmus ist:

- $w = 0$: wie uniforme Kostensuche
- $w = 1$: wie A*
- $w \to \infty$: wie gierige Bestensuche

Mit $w \geq 1$ analoge Eigenschaften zu A*:

- h konsistent und zielerkennend:
  gefundene Lösung höchstens Faktor w teurer als Optimum;
  kein Reopening nötig
- h zulässig:
  gefundene Lösung höchstens Faktor w teurer als Optimum,
  wenn Reopening verwendet wird

(ohne Beweis)

IDA*

IDA*

Der Hauptnachteil der vorgestellten Bestensuchverfahren ist ihr Platzaufwand.

Idee: ähnlicher Ansatz wie bei der iterativen Tiefensuche:

- beschränkte Tiefensuche mit ansteigenden Schranken
- statt der Tiefe beschränken wir f

$\rightsquigarrow$ IDA* (iterative-deepening A*)

- anders als die anderen Bestensuchverfahren eine Baumsuche

IDA*: Pseudo-Code (Hauptprozedur)

IDA*: Hauptprozedur

n_0 := make-root-node(init())
f-limit := 0
while *f-limit* $\neq \infty$:
    $\langle$*f-limit*, *solution*$\rangle$:= recursive-search(n_0, *f-limit*)
    if *solution* $\neq$ **none**:
        return *solution*
return unsolvable

IDA*: Pseudo-Code (Tiefensuche)

function recursive-search(n, *f-limit*):

if $f(n) > f\text{-}limit$:
    return $\langle f(n), \textbf{none} \rangle$
if is-goal(n.state):
    return $\langle \textbf{none}, \text{extract-solution}(n) \rangle$
$next\text{-}limit := \infty$
for each $\langle a, s' \rangle \in$ succ(n.state):
    if $h(s') < \infty$:
        $n' :=$ make-node(n, a, s')
        $\langle rec\text{-}limit, solution \rangle :=$ recursive-search(n', *f-limit*)
        if $solution \neq \textbf{none}$:
            return $\langle \textbf{none}, solution \rangle$
        $next\text{-}limit := \min(next\text{-}limit, rec\text{-}limit)$
return $\langle next\text{-}limit, \textbf{none} \rangle$

(Praktische Implementierung verwendet in der Regel keine explizite Datenstruktur für Knoten.)

IDA*: Eigenschaften

Erbt wichtige Eigenschaften von A* und iterativer Tiefensuche:

- semi-vollständig, wenn h sicher und $cost(a) > 0$ für alle Aktionen a
- optimal, wenn h zulässig
- expandiert für zulässiges h nur Zustände mit $f_h^*(s) \leq c^*$, wobei c^* optimale Lösungskosten
- Platzaufwand $O(lb)$, wobei l Länge des längsten erzeugten Pfades (bei Einheitskosten: $\leq c^*$), b Verzweigungsgrad

IDA*: weitere Eigenschaften

- gegenüber A* potenziell erheblicher Mehraufwand durch Nichterkennen von Duplikaten
  - $\rightsquigarrow$ bei vielen Problemen exponentiell mehr Zeitaufwand
  - $\rightsquigarrow$ oft mit teilweiser Duplikatelimination kombiniert (Zykelerkennung, Transpositionstabellen)
- Zusatzkosten durch iteratives Erhöhen der f-Schranke oft, aber nicht immer vernachlässigbar
  - problematisch vor allem, wenn viele stark unterschiedliche Aktionskosten existieren, weil dann möglich ist, dass bei jeder Schrankenerhöhung nur wenige neue Zustände erreicht werden

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Bestensuche expandiert immer den anhand der f-Funktion besten Zustand

verschiedene Verfahren durch verschiedene f-Funktionen:

- $f = h$: gierige Bestensuche
  suboptimal, oft sehr effizient
- $f = g + h$: A*
  optimal, falls h zielerkennend und konsistent
  oder falls h zulässig und Reopening durchgeführt wird
- $f = g + w \cdot h$: Weighted A*
  für $w \geq 1$ Suboptimalitätsfaktor höchstens w,
  wenn Bedingungen für die Optimalität von A* gelten

Speichereffiziente Varianten:

- IDA* ist eine Baumsuchvariante von A*,
  die auf der Idee der iterativen Tiefensuche aufbaut